

# 2023 Hong Kong Mathematics Kangaroo Contest — Junior —

2023香港數學袋鼠競賽 — 中學中年級  
2023香港数学袋鼠竞赛 — 中学中年級



## Instruction | 說明 | 说明

1. DO NOT FLIP OPEN THIS FRONT COVER UNTIL YOUR PROCTOR TELLS YOU.  
在未收到監考老師指示前，請不要翻開此封面。  
在未收到监考老师指示前，请不要翻开此封面。
2. This is a 25 question multiple choice test. For each question, only one answer choice is correct.  
這是一套包括25道選擇題的測試，每道題目只有一個正確答案。  
这是一套包括25道选择题的测试，每道题目只有一个正确答案。
3. Mark your answer to each problem on the answer sheet with a pencil. Check blackened answers for accuracy and erase errors completely. Only answers that are properly marked on the answer sheet will be scored.  
請將每道題目的答案用鉛筆標註在答題卡上。請注意檢查塗寫的黑色長方塊的準確性，用橡皮完全擦掉錯誤的答案。只有恰當標註在答題卡上的答案才會被評分。  
请将每道题目的答案用铅笔标注在答题卡上。请注意检查涂写的黑色长方块的准确性，用橡皮完全擦掉错误的答案。只有恰当标注在答题卡上的答案才会被评分。
4. Every question is given a point value. You will receive full points for correct answer, and zero point for blank or incorrect answer. The full score of this test is 100 points.  
每道題目都有給定的分值。每題答對得滿分，答錯或空白得0分。本次測試的滿分為100分。  
每道题目都有给定的分值。每题答对得满分，答错或空白得0分。本次测试的满分为100分。
5. Only scratch paper, graph paper, rulers, protractors, and erasers are allowed as aids. Calculators are NOT allowed. No problems on the test *require* the use of a calculator.  
只能使用草稿紙、方格紙、尺、量角器和橡皮作為輔助工具。計算器是不允許使用的。測試中沒有任何問題必須需要使用計算器。  
只能使用草稿纸、方格纸、尺、量角器和橡皮作为辅助工具。计算器是不允许使用的。测试中没有任何问题必须需要使用计算器。
6. Figures are not necessarily drawn to scale.  
圖形不一定按比例繪製。  
图形不一定按比例绘制。
7. Before beginning the test, make sure to write the Competition Code “Junior”, your name and Competition ID with your signature on the answer sheet, especially to bubble in the 9-digit Competition ID completely!  
在開始測試之前，請確保已將競賽代碼“Junior”，姓名和准考證號填寫在答題卡上並簽名，特別是9位准考證號的每位數字已經塗好相應的黑色長方塊。  
在开始测试之前，请确保已将竞赛代码“Junior”，姓名和准考证号填写在答题卡上并签名，特别是9位准考证号的每位数字已经涂好相应的黑色长方块。
8. You will have 75 minutes to complete the test once your proctor tells you to begin.  
監考老師宣布開始後，你將有75分鐘的時間完成測試。  
监考老师宣布开始后，你将有75分钟的时间完成测试。

Part 1: 8 problems, 3 points each

第一部分：8 道題目，每題 3 分 | 第一部分：8 道題目，每題 3 分

1. A wire of length 95 meters is cut into three pieces such that the length of each piece is 50% more than the previous piece. What is the length of the largest piece in meters?

一根長度為 95 米的電線被切成三段，每段的長度比前一段長 50%。問最長的一段電線的長度是多少米？

一根长度为 95 米的电线被切成三段，每段的长度比前一段长 50%。问最长的一段电线的长度是多少米？

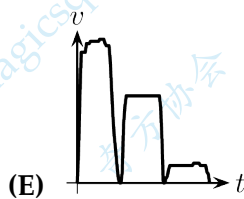
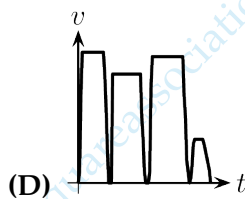
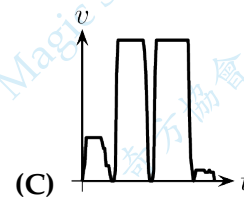
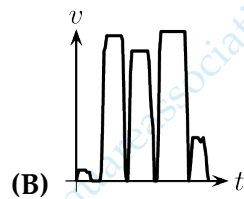
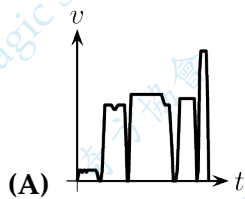
- (A) 36                      (B) 42                      (C) 45                      (D) 46                      (E) 48

「Proposed by Catalonia | 加泰羅尼亞供題 | 加泰羅尼亞供題」

2. Maria had to run to catch the subway, got off two stops later and then walked to school. Which of the following speed-time graphs would best represent her journey?

Maria 跑步去趕地鐵，乘坐兩站後下車，然後步行去學校。以下哪個顯示速度與時間關係的圖最能代表她的行程？

Maria 跑步去趕地鐵，乘坐兩站後下車，然後步行去學校。以下哪個顯示速度與時間關係的圖最能代表她的行程？

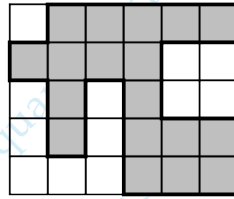


「Proposed by Germany | 德國供題 | 德國供題」

3. The large rectangle in the diagram is divided into 30 equal squares, as shown. The perimeter of the shaded region is 240 cm. What is the area of the rectangle in  $\text{cm}^2$ ?

如圖所示，大長方形被分成了 30 個相等的正方形。陰影區域的周長是 240 厘米。問長方形的面積是多少平方厘米？

如图所示，大长方形被分成了 30 个相等的正方形。阴影区域的周长是 240 厘米。问长方形的面积是多少平方厘米？



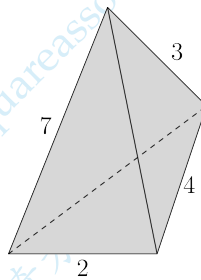
- (A) 480      (B) 750      (C) 1080      (D) 1152      (E) 1920

「Proposed by Mexico | 墨西哥供題 | 墨西哥供題」

4. A triangular pyramid has edges of integer length. Four of these lengths are as shown in the diagram. What is the sum of the lengths of the other two edges?

某個三角錐的各條棱的長度都是整數。其中四條棱的長度如圖所示。問另外兩條棱的長度之和是多少？

某个三角锥的各条棱的长度都是整数。其中四条棱的长度如图所示。问另外两条棱的长度之和是多少？



- (A) 9      (B) 10      (C) 11      (D) 12      (E) 13

「Proposed by Greece | 希臘供題 | 希臘供題」

5. A polynomial  $p(x)$  satisfies the equation below. What is the sum of the coefficients of  $p(x)$ ?

多項式  $p(x)$  滿足下面的方程。問  $p(x)$  的各項係數之和是多少？

多项式  $p(x)$  满足下面的方程。问  $p(x)$  的各项系数之和是多少？

$$p(x + 20) = 23 - 2x + 2p(23)$$

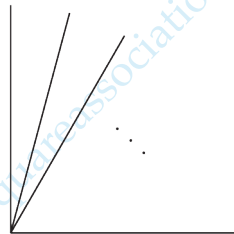
- (A) 21                      (B) 23                      (C) 24                      (D) 25                      (E) 27

「Proposed by Greece | 希臘供題 | 希腊供題」

6. Angelo drew two rays meeting at a right-angle. What is the smallest number of extra rays he could draw inside his right-angle, as shown, so that for any of the values  $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$  and  $80^\circ$ , a pair of rays can be chosen with the angle between them equal to that value?

Angelo 畫了兩條射線形成直角。如圖所示，他最少要在直角內畫出幾條額外的射線，才能使得對於  $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$  中的任何度數，都可以選擇一對射線，它們之間形成的角恰好是那個度數？

Angelo 画了两条射线形成直角。如图所示，他最少要在直角内画出几条额外的射线，才能使得对于  $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$  中的任何度数，都可以选择一对射线，它们之间形成的角恰好是那个度数？



- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6

「Proposed by Belarus | 白俄羅斯供題 | 白俄罗斯供題」

7. The sum of 2023 consecutive integers is 2023. What is the sum of digits of the largest of these integers?

2023 個連續整數的和是 2023。問這些整數中最大數的各位數字之和是多少？

2023 个连续整数的和是 2023。问这些整数中最大数的各位数字之和是多少？

- (A) 4                      (B) 5                      (C) 6                      (D) 7                      (E) 8

「Proposed by Serbia | 塞爾維亞供題 | 塞尔维亚供題」

8. Snow White organised a chess competition for the seven dwarves, in which each dwarf played one game with every other dwarf. On Monday, Grumpy played 1 game, Sneezy played 2, Sleepy 3, Bashful 4, Happy 5 and Doc played 6 games. How many games did Dopey play on this Monday?

白雪公主為七個小矮人組織了一場國際象棋錦標賽，每個小矮人都要和其他小矮人下一盤棋。星期一，Grumpy 下了 1 盤棋，Sneezy 下了 2 盤棋，Sleepy 下了 3 盤棋，Bashful 下了 4 盤棋，Happy 下了 5 盤棋，Doc 下了 6 盤棋。問這一天 Dopey 下了幾盤棋？

白雪公主為七個小矮人組織了一場國際象棋錦標賽，每個小矮人都要和其他小矮人下一盤棋。星期一，Grumpy 下了 1 盤棋，Sneezy 下了 2 盤棋，Sleepy 下了 3 盤棋，Bashful 下了 4 盤棋，Happy 下了 5 盤棋，Doc 下了 6 盤棋。問這一天 Dopey 下了幾盤棋？

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

「Proposed by Hungary | 匈牙利供題 | 匈牙利供題」

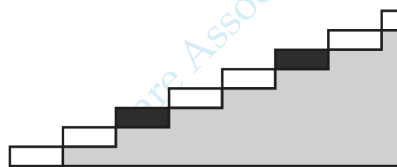
Part 2: 9 problems, 4 points each

第二部分：9 道題目，每題 4 分 | 第二部分：9 道題目，每題 4 分

9. Every third step of a staircase with 2023 steps is coloured black. The first seven steps are shown in the diagram. Anita walks up the steps one at a time, starting with either her right or left foot, alternating each step. What is the smallest number of black steps she will step on with her right foot?

一個樓梯有 2023 級台階，每三級台階就有一級為黑色。下圖顯示了其中前七級台階。Anita 一階一階的走上樓梯，從右腿或左腿開始，交替邁出每一步。問她的右腳最少會踩到多少級黑色台階？

一个楼梯有 2023 级台阶，每三级台阶就有一级为黑色。下图显示了其中前七级台阶。Anita 一阶一阶的走上楼梯，从右腿或左腿开始，交替迈出每一步。问她的右脚最少会踩到多少级黑色台阶？



- (A) 0                      (B) 333                      (C) 336                      (D) 337                      (E) 674

「Proposed by Austria | 奧地利供題 | 奧地利供題」

10. In how many different ways can the letters  $a$  and  $b$  be replaced by integers so that the below equation is correct?

將字母  $a$  和  $b$  替換為整數，使得下面的等式成立，共有多少種不同的方法？

將字母  $a$  和  $b$  替換為整數，使得下面的等式成立，共有多少種不同的方法？

$$\frac{a}{2023} = \frac{2023}{b}$$

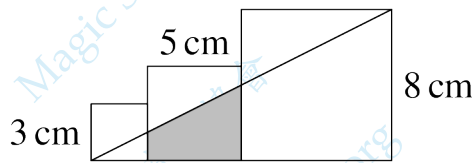
- (A) 12      (B) 15      (C) 18      (D) 24      (E) 30

「Proposed by Germany | 德國供題 | 德国供題」

11. The diagram shows three squares of side-length 3 cm, 5 cm and 8 cm. What is the area, in  $\text{cm}^2$ , of the shaded trapezium?

如圖所示，有三個邊長分別為 3 厘米、5 厘米、8 厘米的正方形。問陰影梯形的面積是多少平方厘米？

如图所示，有三个边长分别为 3 厘米、5 厘米、8 厘米的正方形。问阴影梯形的面积是多少平方厘米？



- (A) 13      (B)  $\frac{55}{4}$       (C)  $\frac{61}{4}$       (D)  $\frac{65}{4}$       (E)  $\frac{69}{4}$

「Proposed by United Kingdom | 英國供題 | 英国供題」

12. When it is given a list of four numbers, the Kangaroo Machine continues the list by typing the smallest non-negative integer that is different to each of the four preceding terms and then repeats this process over and over again. Jacob types in the numbers 2, 0, 2, 3 into the machine. What number will be the 2023rd in the list?

當給定一個有四個數的列表時，袋鼠牌機器會找出與前面四項中的每一項都不同的最小非負整數，並將此數加入列表，然後不斷的重複這個過程。Jacob 在機器中輸入了數 2, 0, 2, 3。問列表中的第 2023 個數將是幾？

当给定一个有四个数的列表时，袋鼠牌机器会找出与前面四项中的每一项都不同的最小非负整数，并将此数加入列表，然后不断的重复这个过程。Jacob 在机器中输入了数 2, 0, 2, 3。问列表中的第 2023 个数将是几？

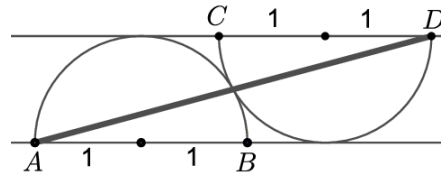
- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

「Proposed by Poland | 波蘭供題 | 波兰供題」

13. The diagram shows two touching semicircles of radius 1 and parallel diameters  $AB$  and  $CD$ . What is the square of the length of the line segment  $AD$ ?

如圖所示，兩個半徑為 1 的半圓相切，它們的直徑  $AB$  和  $CD$  平行。問線段  $AD$  長度的平方是多少？

如图所示，两个半径为 1 的半圆相切，它们的直径  $AB$  和  $CD$  平行。问线段  $AD$  长度的平方是多少？



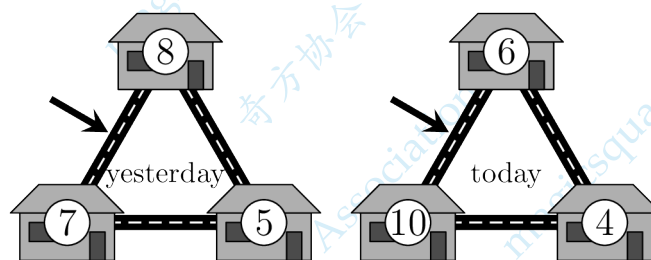
- (A) 16      (B)  $8 + 4\sqrt{3}$       (C) 12      (D) 9      (E)  $5 + 2\sqrt{3}$

「Proposed by Catalonia | 加泰羅尼亞供題 | 加泰羅尼亞供題」

14. Some mice live in three neighbouring houses. Last night, every mouse left its house and moved to one or the other of the other two houses, always taking the shortest route. The numbers in the diagram show the number of mice per house, yesterday and today. How many mice used the path shown by the arrow last night?

一些老鼠住在三個相鄰的房子裡。昨天晚上，每隻老鼠都離開了自己的房子，搬到了另外兩所房子中的一所，並且都是走的最短路線。圖中的數顯示的是昨天和今天每間房子裡的老鼠數目。問昨晚有多少隻老鼠使用了箭頭所示的路徑？

一些老鼠住在三个相邻的房子里。昨天晚上，每只老鼠都离开了自己的房子，搬到了另外两间房子中的一间，并且走的都是最短路线。图中的数显示的是昨天和今天每间房子里的老鼠数目。问昨晚有多少只老鼠使用了箭头所示的路径？



yesterday: 昨天 | 昨天

today: 今天 | 今天

- (A) 9      (B) 11      (C) 12      (D) 16      (E) 19

「Proposed by Greece | 希臘供題 | 希臘供題」

15. For the two numbers  $x$  and  $y$  with  $x \neq y$ , they satisfy the below two equations. What is the value of  $x^2 + y^2$ ?

已知兩個數  $x$  和  $y$ ,  $x \neq y$ , 並且滿足下面的兩個方程。問  $x^2 + y^2$  的值是多少?

已知两个数  $x$  和  $y$ ,  $x \neq y$ , 并且满足下面的两个方程。问  $x^2 + y^2$  的值是多少?

$$\begin{cases} x^2 = 12x + y \\ y^2 = 12y + x \end{cases}$$

- (A) 121      (B) 132      (C) 143      (D) 144      (E) 156

「Proposed by Germany | 德國供題 | 德国供題」

16. When Martin's phone is fully charged, it runs out in 32 hours if he only uses it for phone-calls, in 20 hours if he only uses it for the internet, and in 80 hours if he does not use it at all. Martin gets on a train with his phone half-charged. While on the train, the time he is on the internet, the time he is making phone-calls and the time he is not using it are all the same. His phone runs out of charge just as the train reaches his destination. How many hours did the train journey take?

當 Martin 的手機充滿電時, 如果他只用來打電話, 電量在 32 個小時後耗盡; 如果他只用來上網, 電量在 20 個小時後耗盡; 如果他完全不使用, 電量則會在 80 個小時後耗盡。Martin 在上火車時手機只有一半的電量。旅途中, 他上網的時間、打電話的時間和不使用電話的時間都是一樣的。火車到達目的地時, 他的手機恰好沒電了。問火車的行程是多少小時?

当 Martin 的手机充满电时, 如果他只用来打电话, 电量在 32 个小时后耗尽; 如果他只用来上网, 电量在 20 个小时后耗尽; 如果他完全不使用, 电量则会在 80 个小时后耗尽。Martin 在上火车时手机只有一半的电量。旅途中, 他上网的时间、打电话的时间和不使用电话的时间都是一样的。火车到达目的地时, 他的手机恰好没电了。问火车的行程是多少小时?

- (A) 10      (B) 12      (C) 15      (D) 16      (E) 18

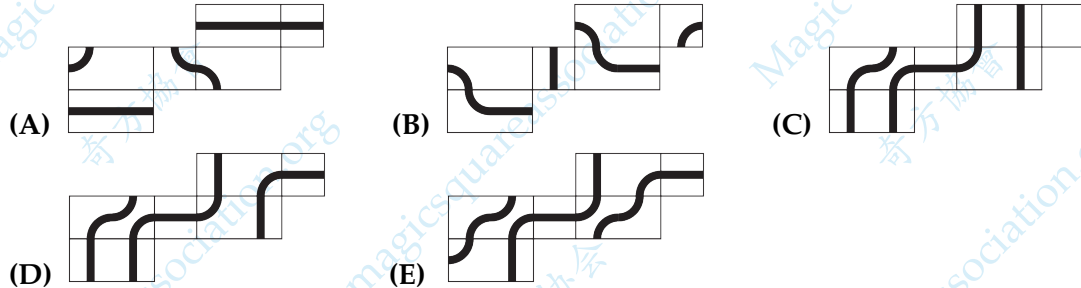
「Proposed by Turkey | 土耳其供題 | 土耳其供題」



17. Leon has drawn a closed path on a rectangular prism. Which net could show his path?

Leon 在長方體的表面上畫了一條閉合的路徑。問這個路徑在長方體展開圖上的表現可能是怎樣的?

Leon 在长方体的表面上画了一条闭合的路径。问这个路径在长方体展开图上的表现可能是怎樣的?



「Proposed by Slovenia | 斯洛文尼亞供題 | 斯洛文尼亞供題」

Part 3: 8 problems, 5 points each

第三部分：8 道題目，每題 5 分 | 第三部分：8 道題目，每題 5 分

18. How many three-digit positive integers  $x$  are there, such that subtracting the sum of digits of  $x$  from  $x$  gives a three-digit number whose digits are all the same?

有多少個三位正整數  $x$ ，使得  $x$  減去  $x$  的各位數字之和所得到的三位數，其各位數字都是相同的?

有多少个三位正整数  $x$ ，使得  $x$  减去  $x$  的各位数字之和所得到的三位数，其各位数字都是相同的?

- (A) 3                      (B) 5                      (C) 8                      (D) 20                      (E) 30

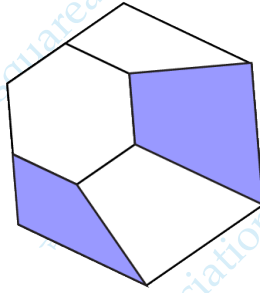
「Proposed by Hungary | 匈牙利供題 | 匈牙利供題」



21. A regular hexagon is divided in four quadrilaterals and one smaller regular hexagon. The area of the shaded region and the area of the small hexagon are in the ratio  $\frac{4}{3}$ . What is the ratio of the area of the small hexagon to the area of the big hexagon?

一個正六邊形被分成四個四邊形和一個較小的正六邊形。陰影區域的面積與小六邊形的面積之比為  $\frac{4}{3}$ 。問小六邊形的面積與大六邊形的面積之比是多少？

一个正六边形被分成四个四边形和一个较小的正六边形。阴影区域的面积与小六边形的面积之比为  $\frac{4}{3}$ 。问小六边形的面积与大六边形的面积之比是多少？



- (A)  $\frac{3}{11}$       (B)  $\frac{2}{7}$       (C)  $\frac{1}{3}$       (D)  $\frac{3}{5}$       (E)  $\frac{2}{3}$

「Proposed by Brazil | 巴西供題 | 巴西供題」

22. Pia wants to write the integers 1 to 9 in the nine boxes shown so that the integers in any three adjacent boxes add to a multiple of 3. In how many ways can she do this?

Pia 想把從 1 到 9 的整數填在如圖所示的九個方格內，使得任意三個相鄰方格內的整數之和都是 3 的倍數。問她有多少種填數方法？

Pia 想把从 1 到 9 的整数填在如图所示的九个方格内，使得任意三个相邻方格内的整数之和都是 3 的倍数。问她有多少种填数方法？



- (A) 216      (B) 512      (C) 720      (D) 1296      (E) 388800

「Proposed by Mexico | 墨西哥供題 | 墨西哥供題」

23. On a trip to the Frontier Wildlife Park, Peter saw three beavers and two kangaroos. As he encountered these iconic animals one by one, Peter kept a separate running total for each species. What is the probability that throughout the trip, Peter always counted more beavers than kangaroos?

在前往邊境野生動物園的途中，Peter 看到了三隻海狸和兩隻袋鼠。當他一個接一個地遇到這些標誌性動物時，Peter 為每個物種單獨統計總數。在整個旅程中，Peter 數出的海狸總是多於袋鼠的概率是多少？

在前往边境野生动物园的途中，Peter 看到了三只海狸和两只袋鼠。当他一个接一个地遇到这些标志性动物时，Peter 为每个物种单独统计总数。在整个旅程中，Peter 数出的海狸总是多于袋鼠的概率是多少？

- (A)  $\frac{1}{5}$       (B)  $\frac{1}{4}$       (C)  $\frac{3}{10}$       (D)  $\frac{2}{5}$       (E)  $\frac{1}{2}$

「Proposed by Hong Kong | 香港供題 | 香港供題」

24. What is the greatest common divisor of all numbers of the below form, where  $n$  is a non-zero natural number?

能夠表示以下形式的所有整數的最大公約數是多少，這裡  $n$  是非零的自然數？

能够表示以下形式的所有整数的最大公约数是多少，这里  $n$  是非零的自然数？

$$n^3(n+1)^2(n+2)^3(n+3)^2(n+4)^3$$

- (A)  $2^3 \cdot 3 \cdot 5$       (B)  $2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2$       (C)  $2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^3$       (D)  $2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$       (E)  $2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^3$

「Proposed by Greece | 希臘供題 | 希臘供題」

25. If  $x, y, z$  be real numbers and  $A$  be the smallest possible value of the below expression, What is the integral part of  $A$ ?

如果  $x, y, z$  是實數，而  $A$  是下面表達式的最小可能值。那麼  $A$  的整數部分是多少？

如果  $x, y, z$  是实数，而  $A$  是下面表达式的最小可能值。那么  $A$  的整数部分是多少？

$$\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{(x - y)^2 + 4} + \sqrt{(y - z)^2 + 1} + \sqrt{(z - 10)^2 + 9}.$$

- (A) 10      (B) 12      (C) 13      (D) 14      (E) 15

「Proposed by North Macedonia | 北馬其頓供題 | 北马其顿供題」