2024 Hong Kong Mathematics Kangaroo Contest — Cadet —

2024香港數學袋鼠競賽 — 中學低年級 2024香港数学袋鼠竞赛 — 中学低年级



Instruction | 說明 | 说明

- 1. DO NOT FLIP OPEN THIS FRONT COVER UNTIL YOUR PROCTOR TELLS YOU. 在未收到監考老師指示前,請不要翻開此封面。 在未收到监考老师指示前,请不要翻开此封面。
- 2. This is a 25 question multiple choice test. For each question, only one answer choice is correct. 這是一套包括25道選擇題的測試,每道題目只有一個正確答案。 这是一套包括25道选择题的测试,每道题目只有一个正确答案。
- 3. Mark your answer to each problem on the answer sheet with a pencil. Check blackened answers for accuracy and erase errors completely. Only answers that are properly marked on the answer sheet will be scored.. 請將每道題目的答案用鉛筆標註在答題卡上。請注意檢查塗寫的黑色長方塊的準確性,用橡皮完全擦掉錯誤的答案。只有恰當標註在答題卡上的答案才會被評分。 请将每道题目的答案用铅笔标注在答题卡上。请注意检查涂写的黑色长方块的准确性,用橡皮完全擦掉错误的答案。只有恰当标注在答题卡上的答案才会被评分。
- 4. Every question is given a point value. You will receive full points for correct answer, and zero point for blank or incorrect answer. The full score of this test is 100 points. 每道題目都有給定的分值。每題答對得滿分,答錯或空白得0分。本次測試的滿分為100分。 每道题目都有给定的分值。每题答对得满分,答错或空白得0分。本次测试的满分为100分。
- 5. Only scratch paper, graph paper, rulers, protractors, and erasers are allowed as aids. Calculators are NOT allowed. No problems on the test *require* the use of a calculator. 只能使用草稿紙、方格紙、尺、量角器和橡皮作為輔助工具。計算器是不允許使用的。測試中沒有任何問題必須需要使用計算器。 只能使用草稿纸、方格纸、尺、量角器和橡皮作为辅助工具。计算器是不允许使用的。测试中没有任何问题必须需要使用计算器。
- 6. Figures are not necessarily drawn to scale.
 - 圖形不一定按比例繪製。 图形不一定按比例绘制。
- 7. Before beginning the test, make sure to write the Competition Code "Cadet", your name and Competition ID with your signature on the answer sheet, especially to bubble in the 9-digit Competition ID completely! 在開始測試之前,請確保已將競賽代碼"Cadet",姓名和准考證號填寫在答題卡上並簽名,特別是9位准考證號的每位數字已經塗好相應的黑色長方塊。在开始测试之前,请确保已将竞赛代码"Cadet",姓名和准考证号填写在答题卡上并签名,特别是
- 8. You will have 75 minutes to complete the test once your proctor tells you to begin. 監考老師宣布開始後,你將有75分鐘的時間完成測試。
 - 监考老师宣布开始后,你将有75分钟的时间完成测试。

9位准考证号的每位数字已经涂好相应的黑色长方块。

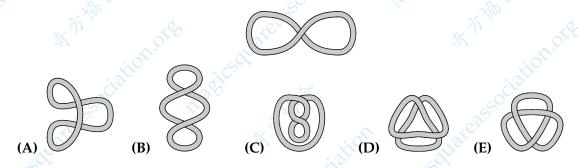
Part 1: 8 problems, 3 points each

第一部分: 8 道題目, 每題 3 分 | 第一部分: 8 道题目, 每题 3 分

1. Which of the following strings cannot be transformed into the string shown below without cutting?

下列哪一個繩圈不能在不剪切的情況下轉換為如下圖所示的繩圈?

下列哪一个绳圈不能在不剪切的情况下转换为如下图所示的绳圈?



「Proposed by Germany | 德國供題 | 德国供题」

2. Paula the penguin goes fishing every day and always brings back twelve fish for her two chicks. Each day, she gives the first chick she sees seven fish and gives the second chick five fish, which they eat. In the last few days one chick has eaten 44 fish. How many fish has the other chick eaten?

企鹅 Paula 每天都去釣魚,並且總是為她的兩個孩子帶回十二條魚。每天,她給看到的第一個孩子七條魚,給第二個孩子五條魚,它們都會把魚吃掉。在過去的幾天裏,一隻小企鵝一共吃掉了44條魚。問另一隻小企鵝吃了多少條魚?

企鹅 Paula 每天都去钓鱼,并且总是为她的两个孩子带回十二条鱼。每天,她给看到的第一个孩子七条鱼,给第二个孩子五条鱼,它们都会把鱼吃掉。在过去的几天里,一只小企鹅一共吃掉了44条鱼。问另一只小企鹅吃了多少条鱼?

(A) 34

(B) 40

(C) 46

(D) 52

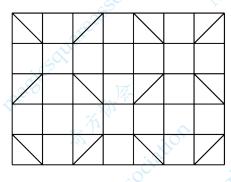
(E) 58

「Proposed by United Kingdom | 英國供題 | 英国供题」

3. Beaver wishes to color the squares and triangles of the following figure so that no two neighbouring figures, even those sharing a single vertex, are the same color. What is the least number of colors needed?

海狸希望給下圖中的所有正方形和三角形都塗上顏色,使得相鄰的兩個圖形 (包括只共用一個頂點的兩個圖形) 顏色都不相同。問最少需要多少種顏色?

海狸希望给下图中的所有正方形和三角形都涂上颜色,使得相邻的两个图形(包括只共用一个顶点的两个图形)颜色都不相同。问最少需要多少种颜色?



- **(A)** 3
- **(B)** 4
- **(C)** 5
- (D) 6
- (E) 7

「Proposed by Finland | 芬蘭供題 | 芬兰供题」

4. If $x + y = x^2 - y^2 = 9$, what is the value of $x^2 + y^2$?

已知
$$x + y = x^2 - y^2 = 9$$
,問 $x^2 + y^2$ 的值是多少?

已知
$$x + y = x^2 - y^2 = 9$$
,问 $x^2 + y^2$ 的值是多少?

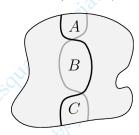
- (A) 9
- (B) 41°
- (C) 45
- **(D)** 63
- (E) 81

「Proposed by Vietnam | 越南供題 | 越南供题」

5. A black trail and a grey trail cross a park, as shown. Each trail divides the park into two regions of equal area. Which of the following must be true about the areas *A*, *B* and *C*?

如圖所示,一條黑色的小路和一條灰色的小路穿過一個公園。每條小徑將公園分成兩個面積相等的區域。關於 A, B, C 三塊的面積,以下哪項是必定正確的?

如图所示,一条黑色的小路和一条灰色的小路穿过一个公园。每条小径将公园分成两个面积相等的区域。关于A,B,C三块的面积,以下哪项是必定正确的?



(A)
$$A = C$$

(B)
$$B = \frac{1}{2}(A+C)$$

(C)
$$B = \frac{3}{5}(A+C)$$

(D)
$$B = \frac{2}{3}(A+C)$$

(E)
$$B = A + C$$

「Proposed by Greece | 希臘供題 | 希腊供题」

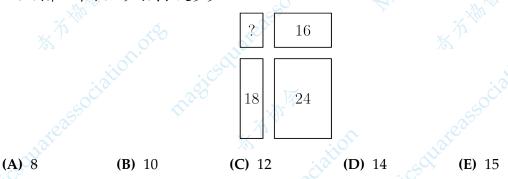
- 6. A kangaroo jumps up a mountain and then jumps back down along the same route. It covers three times the distance with each downhill jump as it does with each uphill jump. Going uphill, it covers 1 metre per jump. In total, the kangaroo makes 2024 jumps. What is the total distance, in metres, that the kangaroo jumps?
 - 一隻袋鼠跳躍着登上一座山, 然後又沿着同樣的路線跳下來。下坡每次跳躍的距離是上坡每次跳躍距離的三倍。上坡時, 袋鼠每步跳1米。袋鼠總共跳躍了2024次。問袋鼠跳躍的總距離是多少米?
 - 一只袋鼠跳跃着登上一座山,然后又沿着同样的路线跳下来。下坡每次跳跃的距离是上坡每次跳跃距离的三倍。上坡时,袋鼠每步跳1米。袋鼠总共跳跃了2024次。问袋鼠跳跃的总距离是多少米?
 - (A) 506
- **(B)** 1518
- **(C)** 2024
- **(D)** 3036
- **(E)** 4048

「Proposed by Australia | 澳大利亞供題 | 澳大利亚供题」

7. Gerard cuts a large rectangle into four smaller rectangles. The perimeters of three of these smaller rectangles are 16, 18 and 24, as shown in the figure. What is the perimeter of the fourth small rectangle?

Gerard 把一個大矩形切成了四個小矩形。如圖所示,其中三個小矩形的周長分別為16,18,24。問第四個小矩形的周長是多少?

Gerard 把一个大矩形切成了四个小矩形。如图所示,其中三个小矩形的周长分别为16,18,24。问第四个小矩形的周长是多少?

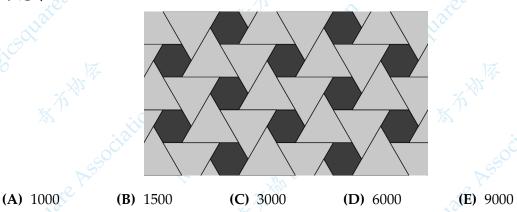


「Proposed by Netherlands | 荷蘭供題 | 荷兰供题」

8. Teri the tiler is planning to make a large, square mosaic floor with a repeating pattern, using hexagonal and triangular tiles, arranged as shown in the figure. She thinks she will use 3000 hexagonal tiles to make the whole floor. Approximately, how many triangular tiles will she need?

設計師 Teri 計劃使用六邊形和三角形瓷磚,按照如圖所示的有規則循環的方式,鋪出一大塊正方形的馬賽克地板。她認為,她將要用 3000 塊六邊形瓷磚,問她大約需要多少塊三角形瓷磚?

设计师 Teri 计划使用六边形和三角形瓷砖,按照如图所示的有规则循环的方式,铺出一大块正方形的马赛克地板。她认为,她将要用 3000 块六边形瓷砖,问她大约需要多少块三角形瓷砖?



「Proposed by Finland | 芬蘭供題 | 芬兰供题」

Part 2: 9 problems, 4 points each

第二部分: 9 道題目, 每題 4 分 | 第二部分: 9 道题目, 每题 4 分

9. Suppose a_1, a_2, \dots, a_n are distinct positive integers so that the following equation holds. What is the value of n?

假設 a_1 , a_2 , ..., a_n 是不同的正整數, 使得下面的等式成立。問 n 的值是多少? 假设 a_1 , a_2 , ..., a_n 是不同的正整数, 使得下面的等式成立。问 n 的值是多少?

$$2^{a_1} + 2^{a_2} + \cdots + 2^{a_n} = 2024$$

- **(A)** 6
- **(B)** 7
- **(C)** 8
- **(D)** 9
- **(E)** 10

「Proposed by France | 法國供題 | 法国供题」

10. Captain Flint asked four of his pirates to write on a piece of paper how many gold, silver and bronze coins were in the treasure chest. Their responses are shown in the diagram but unfortunately part of the paper was damaged. Only one of the four pirates told the truth. The other three lied in all their answers. The total number of coins is 30. Who told the truth?

船長 Flint 讓他的四個海盜在一張紙上寫下寶箱裏有多少枚金幣、銀幣、銅幣。他們的回答 顯示在下面的圖表中,但遺憾的是,紙有一部分破損丟失了。四個海盜中只有一個說了真 話,而其他三個人的所有答案都是假的。硬幣的總數是 30 枚。問誰說了真話?

船长 Flint 让他的四个海盗在一张纸上写下宝箱里有多少枚金币、银币、铜币。他们的回答显示在下面的图表中,但遗憾的是,纸有一部分破损丢失了。四个海盗中只有一个说了真话,而其他三个人的所有答案都是假的。硬币的总数是 30 枚。问谁说了真话?



(**A**) Al

(B) Jim

(C) Pit

(D) Tom

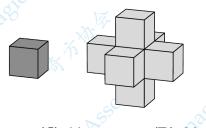
(E) Cannot be determined | 無法確定 | 无法确定

「Proposed by Greece | 希臘供題 | 希腊供题」

11. John had a large number of identical cubes. He made the structure on the right by taking a single cube and then sticking another cube to each face. He wants to make an extended structure in the same way so that each face of his original structure will have a cube stuck to it. How many extra cubes will he need to complete his extended structure?

John 有很多相同的立方體。他選取了一個立方體, 然後在它的每個面上都粘貼另一個立方 體,於是形成了右圖所示的構型。他想以同樣的方式再製作一個擴展的構型,在這個構型 得每個面上都粘貼另一個立方體, 問他額外需要多少個立方體來完成構型的擴展?

John 有很多相同的立方体。他选取了一个立方体,然后在它的每个面上都粘贴另一个立方 体,于是形成了右图所示的构型。他想以同样的方式再制作一个扩展的构型,在这个构型 得每个面上都粘贴另一个立方体,问他额外需要多少个立方体来完成构型的扩展?



(C) 14

(D) 16

(E) 18

「Proposed by Brazil | 巴西供題 | 巴西供题」

12. We have two positive numbers p and q, with p > q. Which of the following expressions is the largest?

已知兩個正數 p 和 q ,其中 p > q 。問下列哪個表達式的值最大?

已知两个正数p和q,其中p > q。问以下哪个表达式的值最大?

(B) $\frac{p+2q}{3}$ (C) $\frac{p+q}{2}$ (D) $\frac{2p+q}{3}$

「Proposed by United Kingdom | 英國供題 | 英国供题」

13. The digits 0 - 9 can be drawn with horizontal and vertical segments, as shown. Greg chooses three different digits. In total, his digits have 5 horizontal segments and 10 vertical segments. What is the sum of his three digits?

如圖所示,數字0至9可以用水平和垂直的小段繪製。Greg 選擇了三個不同的數字。這些數字中總共有5個水平小段和10個垂直小段。問他選擇的三個數字的和是多少?

如图所示,数字0至9可以用水平和垂直的小段绘制。Greg 选择了三个不同的数字。这些数字中总共有5个水平小段和10个垂直小段。问他选择的三个数字的和是多少?



「Proposed by Finland | 芬蘭供題 | 芬兰供题」

14. In the following equality, -1 appears exactly 2024 times. Clearly this is not correct; however, it can become correct provided one inserts a pair of brackets in suitable places. How many digits 1 have to be placed inside the brackets in order to make the equality hold?

在下面的算式中,—1恰好出現了2024次。顯然這個等式是不正確的;然而,只要在合適的地方插入一對括號,它就可以變為正確的。問需要在括號里放置多少個數字1,才能使得等式成立?

在下面的算式中,—1恰好出现了2024次。显然这个等式是不正确的;然而,只要在合适的地方插入一对括号,它就可以变为正确的。问需要在括号里放置多少个数字1,才能使得等式成立?

$$2024 - 1 - 1 - \cdots - 1 - 1 = 1012$$

(A) 505

(A) 9

(B) 506

(C) 507

(D) 1011

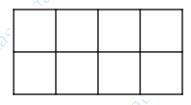
(E) 1012

「Proposed by Italy | 意大利供題 | 意大利供题」

15. Jelena places the capital letters A, B, C and D into the 2×4 table shown below. Exactly one letter is placed in each cell. She wishes to make sure that in each row and in each 2×2 square, each of the four letters appears exactly once. In how many ways can she do this?

Jelena 將大寫字母 A, B, C, D 放入下面的 2×4 方格表中。每個單元格中恰好有一個字母。她希望確保在每一行、以及每個 2×2 的正方形中,這四個字母都恰好各出現一次。問她有多少種不同的放置方法?

Jelena 将大写字母 A,B,C,D 放入下面的 2×4 方格表中。每个单元格中恰好有一个字母。她希望确保在每一行、以及每个 2×2 的正方形中,这四个字母都恰好各出现一次。问她有多少种不同的放置方法?



(A) 12

(B) 24

(C) 48

(D) 96

(E) 198

「Proposed by Czech Republic | 捷克供題 | 捷克供题」

16. Two candles of equal length start burning at the same time. One of the candles will burn down in 4 hours, the other in 5 hours, each at their own constant rate. How many hours will they have to burn before one candle is 3 times the length of the other?

雨根長度相等的蠟燭同時開始燃燒。其中一根蠟燭將在4小時內燃盡,另一根蠟燭將在5 小時內燃盡,每根蠟燭都以其自身恆定的速度燃燒。當它們燃燒多少小時後,其中一根蠟 燭的長度是另一根蠟燭長度的3倍?

两根长度相等的蜡烛同时开始燃烧。其中一根蜡烛将在4小时内燃尽,另一根蜡烛将在5小时内燃尽,每根蜡烛都以其自身恒定的速度燃烧。当它们燃烧多少小时后,其中一根蜡烛的长度是另一根蜡烛长度的3倍?

(A) $\frac{40}{11}$

(B) $\frac{45}{12}$

(C) $\frac{63}{20}$

(D) 3

(E) $\frac{47}{14}$

「Proposed by Australia | 澳大利亞供題 | 澳大利亚供题 |

- 17. There are four vases on the table in which a number of sweets have been placed.
 - The number of sweets in the first vase is the number of vases that contain one sweet.
 - The number of sweets in the second vase is equal to the number of vases that contain two sweets.
 - The number of sweets in the third vase is equal to the number of vases that contain three sweets.
 - The number of sweets in the fourth vase is equal to the number of vases that contain zero sweets.

How many sweets are there in all the vases together?

桌子上有四個花瓶,裏面放了一些糖果。

- 第一個花瓶里糖果的數量等於裝有一個糖果的花瓶的數量。
- 第二個花瓶中糖果的數量等於裝有兩個糖果的花瓶的數量。
- 第三個花瓶中糖果的數量等於裝有三個糖果的花瓶的數量。
- 第四個花瓶里糖果的數量等於沒有糖果的花瓶的數量。

問所有的花瓶里總共有多少個糖果?

桌子上有四个花瓶,里面放了一些糖果。

- 第一个花瓶里糖果的数量等于装有一个糖果的花瓶的数量。
- 第二个花瓶中糖果的数量等于装有两个糖果的花瓶的数量。
- 第三个花瓶中糖果的数量等于装有三个糖果的花瓶的数量。
- 第四个花瓶里糖果的数量等于没有糖果的花瓶的数量。

问所有的花瓶里总共有多少个糖果?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

「Proposed by Latvia | 拉脫維亞供題 | 拉脱维亚供题」

(E) 6

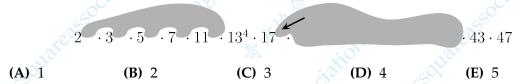
Part 3: 8 problems, 5 points each

第三部分: 8 道題目, 每題 5 分 | 第三部分: 8 道题目, 每题 5 分

18. The prime factorisation of the number $n! = 1 \cdot 2 \cdot ... \cdot n$ is of the form shown in the diagram. The primes are written in increasing order. Ink has covered some of the primes and some of the exponents. What is the exponent of 17?

數 $n! = 1 \cdot 2 \cdot ... \cdot n$ 的質因數分解如圖所示。其中的質數按遞增順序排列。墨水覆蓋了一些質數和一些指數。問 17 對應的指數是多少?

数 $n! = 1 \cdot 2 \cdot ... \cdot n$ 的质因数分解如图所示。其中的质数按递增顺序排列。墨水覆盖了一些质数和一些指数。问 17 对应的指数是多少?



「Proposed by Greece | 希臘供題 | 希腊供题」

19. We use $\max\{a,b\}$ to denote the larger number between a and b, and define $x^+ = \max\{0,x\}$. Which of the following expressions is always equal to |x|, the absolute value of x, for any real number x?

我們用 $\max\{a,b\}$ 來表示 a 與 b 中較大的數,並定義 $x^+ = \max\{0,x\}$ 。對於任何實數 x,下列哪個表達式總是等於 x 的絕對值 |x|?

我们用 $\max\{a,b\}$ 来表示 a 与 b 中较大的数,并定义 $x^+ = \max\{0,x\}$ 。对于任何实数 x,下列哪个表达式总是等于 x 的绝对值 |x|?

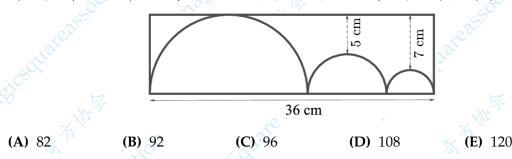
(A)
$$x^+ - (-x)^+$$
 (B) $(-x)^+ - x^+$ (C) $\frac{x^+ - (-x)^+}{2}$ (D) $\frac{x^+ + (-x)^+}{2}$ (E) $x^+ + (-x)^+$

「Proposed by Belgium | 比利時供題 | 比利时供题」

20. The figure below shows three semi-circles inside a rectangle. The middle semi-circle touches the other two semi-circles which, in turn, each touches a shorter side of the rectangle. The largest semi-circle also touches one of the longer sides of the rectangle. The shortest distances from that side of the rectangle to the other two semi-circles are 5 cm and 7 cm respectively, as shown. What is the perimeter, in cm, of the rectangle?

下圖顯示了矩形內有三個半圓。中間的半圓與另外兩個半圓相切,並且這兩個半圓分別與 矩形的短邊相切。最大的半圓也與矩形的另一條長邊相切。如圖所示,從矩形的這條長邊 到另外兩個半圓的最短距離分別為5厘米和7厘米。問這個矩形的周長是多少厘米?

下图显示了矩形内有三个半圆。中间的半圆与另外两个半圆相切,并且这两个半圆分别与矩形的短边相切。最大的半圆也与矩形的另一条长边相切。如图所示,从矩形的这条长边到另外两个半圆的最短距离分别为5厘米和7厘米。问这个矩形的周长是多少厘米?

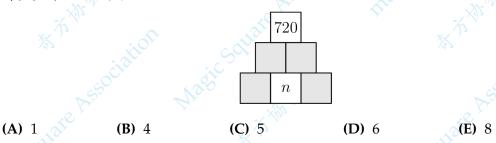


「Proposed by Catalonia | 加泰羅尼亞供題 | 加泰罗尼亚供题」

21. Dongyu wants to complete the diagram so that each box in the middle and top rows will contain the product of the values in the two boxes below it and each box contains a positive integer. He wants the value in the top box to be 720. How many different values can the integer *n* take?

Dongyu 想要填全下面的數陣圖,使得中間行和最上面行的每個方框中的數都是其下面兩個框中數的乘積,每個方框都填有一個正整數。他希望頂部方框中的數是 720。問整數 n 有多少種不同的取值?

Dongyu 想要填全下面的数阵图,使得中间行和最上面行的每个方框中的数都是其下面两个框中数的乘积,每个方框都填有一个正整数。他希望顶部方框中的数是 720。问整数 n 有多少种不同的取值?



「Proposed by Turkey | 土耳其供題 | 土耳其供题」

22. A group of 50 students sit in a circle. They throw a ball around the circle. Each student who gets the ball throws it to the 6th student sitting anti-clockwise from where they are sitting, who can always catch the ball. Freda catches the ball 100 times. Within that time, how many students never get to catch the ball?

50 名學生圍坐成一個圓圈。他們繞着圓圈扔一個球。每個接到球的學生會把球扔給沿逆時針方向數過去的第六名學生,並且這名學生總是能接到球。Freda 一共接到球 100 次。問在這段時間內,有多少名學生從來沒有接過球?

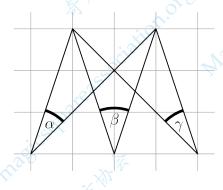
50 名学生围坐成一个圆圈。他们绕着圆圈扔一个球。每个接到球的学生会把球扔给沿逆时针方向数过去的第六名学生,并且这名学生总是能接到球。Freda 一共接到球 100 次。问在这段时间内,有多少名学生从来没有接过球?

- **(A)** 0
- **(B)** 8
- **(C)** 10
- **(D)** 25
- **(E)** 40

「Proposed by China | 中國供題 | 中国供题」

23. Three angles α , β and γ are marked on squared paper, as shown. What is the value of $\alpha + \beta + \gamma$?

如圖所示,三個角 α , β , γ 標記在正方形方格紙上。問 $\alpha+\beta+\gamma$ 是多少度?如图所示,三个角 α , β , γ 标记在正方形方格纸上。问 $\alpha+\beta+\gamma$ 是多少度?



- (A) 75°
- **(B)** 90°
- **(C)** 100°
- **(D)** 105°

(E) 120°

「Proposed by Belarus | 白俄羅斯供題 | 白俄罗斯供题」

24. Oleg rolled a dice 100 times and multiplied all the numbers of points that fell on the upper faces. What is the minimum number of times the number 6 could be rolled if the product is 6^{70} ?

Oleg 擲了100 次骰子, 然後把所有向上的面所顯示的點數相乘。如果乘積是6⁷⁰, 那麼他 擲出6的次數最少可能是多少?

Oleg 掷了 100 次骰子, 然后把所有向上的面所显示的点数相乘。如果乘积是 6⁷⁰, 那么他 掷出6的次数最少可能是多少?

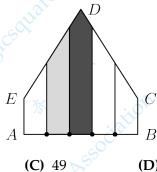
- **(A)** 10
- **(B)** 12
- (C) 24
- **(D)** 30
- **(E)** 35

「Proposed by Ukraine | 烏克蘭供題 | 乌克兰供题」

25. In the pentagon ABCDE, $\angle A = \angle B = 90^{\circ}$, AE = BC and ED = DC. Four points are marked on AB dividing it into five equal parts. Then perpendiculars are drawn through these points, as shown in the figure. The dark shaded region has an area of 13 cm² and the light shaded region has an area of 10 cm². What is the area, in cm², of the entire pentagon?

在五邊形 ABCDE 中, $\angle A = \angle B = 90^{\circ}$, AE = BC, ED = DC。如圖所示, 在 AB 上標 有四個點,將其五等分。然後通過這些點繪製垂線。深色陰影區域的面積為13平方厘米, 淺色陰影區域的面積為10平方厘米。問整個五邊形的面積是多少平方厘米?

在五边形 ABCDE 中, $\angle A = \angle B = 90^{\circ}$,AE = BC,ED = DC。如图所示,在 AB 上标 有四个点,将其五等分。然后通过这些点绘制垂线。深色阴影区域的面积为13平方厘米, 浅色阴影区域的面积为10平方厘米。问整个五边形的面积是多少平方厘米?



(D) 58

(E) 60

「Proposed by Hong Kong | 香港供題 |