



2020 Hong Kong Mathematics Kangaroo Contest — Student —

2020香港數學袋鼠競賽 — 中學高年級 2020香港数学袋鼠竞赛 — 中学高年級

Instruction | 說明 | 说明

1. DO NOT FLIP OPEN THIS FRONT COVER UNTIL YOUR PROCTOR TELLS YOU.
在未收到監考老師指示前，請不要翻開此封面。
在未收到监考老师指示前，请不要翻开此封面。
2. This is a 30 question multiple choice test. For each question, only one answer choice is correct.
這是一套包括30道選擇題的測試，每道題目只有一個正確答案。
这是一套包括30道选择题的测试，每道题目只有一个正确答案。
3. Each question is given a point value. You will receive full points for correct answer, and zero point for blank or incorrect answer. The full score of this test is 120 points.
每道題目都有給定的分值，答對得滿分，答錯或空白得0分。本次測試的滿分為120分。
每道题目都有给定的分值，答对得满分，答错或空白得0分。本次测试的满分为120分。
4. Only scratch paper, graph paper, rulers, protractors, and erasers are allowed as aids. Calculators are NOT allowed. No problems on the test *require* the use of a calculator.
只能使用草稿紙、方格紙、尺、量角器和橡皮作為輔助工具。計算器是不允許使用的。測試中沒有任何問題必須需要使用計算器。
只能使用草稿紙、方格紙、尺、量角器和橡皮作为辅助工具。计算器是不允许使用的。测试中没有任何问题必须需要使用计算器。
5. Figures are not necessarily drawn to scale.
圖形不一定按比例繪製。
图形不一定按比例绘制。
6. You will have 75 minutes to complete the test once your proctor tells you to begin.
監考老師宣布開始後，你將有75分鐘的時間完成測試。
监考老师宣布开始后，你将有75分钟的时间完成测试。

Part 1: 10 problems, 3 points each

第一部分：10 道題目，每題 3 分 | 第一部分：10 道題目，每題 3 分

1. What is the sum of the last two digits of the product $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$?

乘積 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ 的後兩位數字之和是多少?

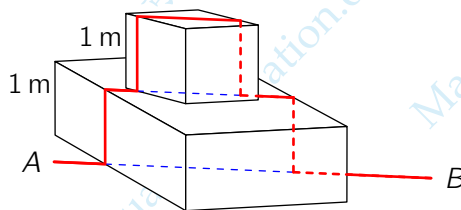
乘积 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ 的后两位数字之和是多少?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 16

2. An ant walked every day on a straight horizontal line path from A to B , which are 5 m apart. One day humans placed on its path two strange obstacles of height 1 m each. Now the ant walks along or above the same straight line except that it now has to climb up and down vertically over both the two obstacles, as in the picture. How long is its path now?

一隻螞蟻每天從 A 到 B 沿著水平直線路徑行走，距離為 5 m。一天，人類在其路徑上放置了兩個奇怪的障礙物，每個障礙物的高度均為 1 m。現在，螞蟻還沿著同一條直線行走，但它必須翻越過兩個障礙物，如圖所示。那麼現在路徑有多長?

一只蚂蚁每天从 A 到 B 沿着水平直线路径行走，距离为 5 m。一天，人类在其路径上放置了两个奇怪的障碍物，每个障碍物的高度均为 1 m。现在，蚂蚁还沿着同一条直线行走，但它必须翻越过两个障碍物，如图所示。那么现在路径有多长?

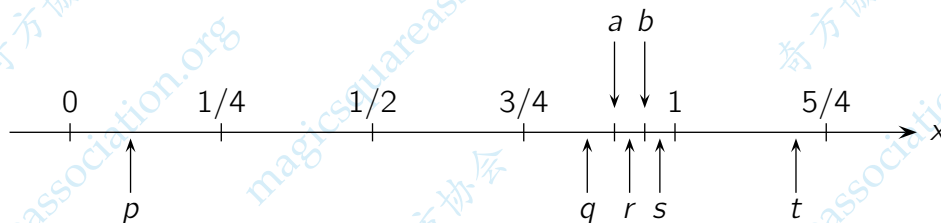


- (A) 7 m
 (B) 9 m
 (C) $5 + 4\sqrt{2}$ m
 (D) $9 - 2\sqrt{2}$ m
 (E) the length depends on the angles the obstacles are situated along the path | 長度取決於障礙物沿路徑放置的角度 | 长度取决于障碍物沿路径放置的角度

3. Rene marked two points a and b as accurately as possible on the number line. Which of the points p, q, r, s, t on the number line best represents their product ab ?

Rene 在數軸上盡可能準確地標記了兩個點 a 和 b 。數軸上的 p, q, r, s, t 哪一個點最能代表 ab 的乘積?

Rene 在数轴上尽可能准确地标记了两个点 a 和 b 。数轴上的 p, q, r, s, t 哪一个点最能代表 ab 的乘积?

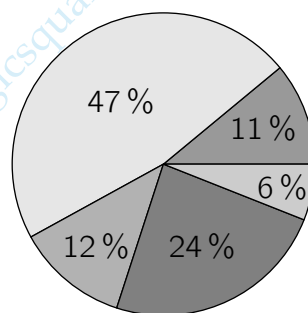


- (A) p (B) q (C) r (D) s (E) t

4. The pie chart shows how the students of my school get to school. Approximately twice as many go by bike as use public transport and roughly the same number come by car as walk. The rest use a moped. What percentage use a moped?

這個餅圖顯示了我們學校的學生如何上學。騎自行車出行的人數大約是使用公共交通工具的人數的兩倍，開車的人數與步行的人數大致相同。其餘的學生使用助力車。問使用助力車的學生人數所佔百分比是多少?

这个饼图显示了我们学校的学生如何上学。骑自行车出行的人数大约是使用公共交通工具的人数的两倍，开车的人数与步行的人数大致相同。其余的学生使用助力车。问使用助力车的学生人数所占百分比是多少?



- (A) 6% (B) 11% (C) 12% (D) 24% (E) 47%

5. The sum of five three-digit numbers is 2664, as shown on the board. What is the value of $A + B + C + D + E$?

如圖所示，五個三位數之和是 2664。問 $A + B + C + D + E$ 的值是多少？

如图所示，五个三位数之和是 2664。问 $A + B + C + D + E$ 的值是多少？

A	B	C	
+	B	C	D
+	C	D	E
+	D	E	A
+	E	A	B
2	6	6	4

- (A) 4 (B) 14 (C) 24 (D) 34 (E) 44

6. What is the value of $\frac{1010^2 + 2020^2 + 3030^2}{2020}$?

$\frac{1010^2 + 2020^2 + 3030^2}{2020}$ 的值是多少？

$\frac{1010^2 + 2020^2 + 3030^2}{2020}$ 的值是多少？

- (A) 2020 (B) 3030 (C) 4040 (D) 6060 (E) 7070

7. Let a, b and c be integers satisfying $1 \leq a \leq b \leq c$ and $abc = 1\,000\,000$. What is the largest possible value of b ?

令 a, b 和 c 為滿足以下條件的整數： $1 \leq a \leq b \leq c$ 且 $abc = 1\,000\,000$ 。問 b 的最大可能是多少？

令 a, b 和 c 為滿足以下條件的整數： $1 \leq a \leq b \leq c$ 且 $abc = 1\,000\,000$ 。問 b 的最大可能是多少？

- (A) 100 (B) 250 (C) 500 (D) 1000 (E) 2000

8. If D dogs weigh K kilograms and E elephants weigh the same as M dogs, how many kilograms does one elephant weigh?

如果 D 隻狗的重量為 K 公斤，而 E 隻大象的重量與 M 隻狗的重量相同，那麼一隻大象的重量為多少公斤？

如果 D 只狗的重量为 K 公斤，而 E 只大象的重量与 M 只狗的重量相同，那么一只大象的重量为多少公斤？

- (A) $DKEM$ (B) $\frac{DK}{EM}$ (C) $\frac{KE}{DM}$ (D) $\frac{KM}{DE}$ (E) $\frac{DM}{KE}$

9. There are two dice. Each one has two red faces, two blue faces and two white faces. If we roll both dice together, what is the probability that both show the same color?

有兩只骰子，每只都有兩個紅色面，兩個藍色面和兩個白色面。如果我們同時拋擲兩只骰子，那麼結果顯示相同顏色的概率是多少？

有两只骰子，每只都有两个红色面，两个蓝色面和两个白色面。如果我们同时抛掷两只骰子，那么结果显示相同颜色的概率是多少？

- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{2}{9}$ (E) $\frac{1}{3}$

10. Which of the following numbers is not divisible by 3 for any integer n ?

已知 n 為整數，下列哪個數不能被 3 整除？

已知 n 为整数，下列哪个数不能被 3 整除？

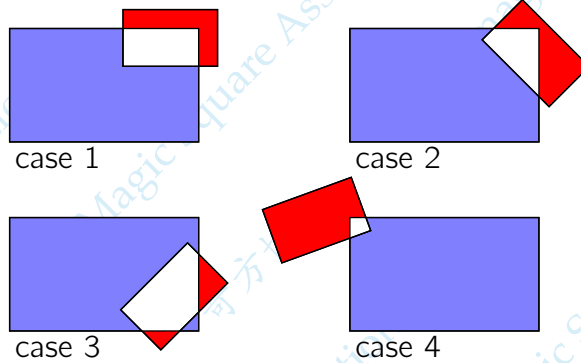
- (A) $5n + 1$ (B) n^2 (C) $n(n + 1)$ (D) $6n - 1$ (E) $n^3 - 2$

第二部分：10 道題目，每題 4 分 | 第二部分：10 道題目，每題 4 分

11. A blue rectangle and a red rectangle are overlapping. The figure shows 4 different such cases. We denote by B the area of the part of the blue rectangle that is not common to the two rectangles, and we denote by R the area of the red rectangle that is not common to the two. Which of the following statements is true about the quantity $B - R$?

藍色矩形和紅色矩形部分重疊。該圖顯示了 4 種不同的情況。我們用 B 表示不包含重疊部分的藍色部分的面積，用 R 表示不包含重疊部分的紅色部分的面積。以下哪一個關於數量 $B - R$ 的陳述是正確的？

藍色矩形和紅色矩形部分重疊。該圖顯示了 4 種不同的情況。我們用 B 表示不包含重疊部分的藍色部分的面積，用 R 表示不包含重疊部分的紅色部分的面積。以下哪一個關於數量 $B - R$ 的陳述是正確的？

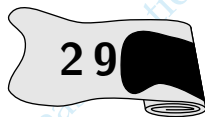


- (A) In case 1 the quantity $B - R$ is larger than in the other cases | 情形 1 中的數量 $B - R$ 最大 | 情形 1 中的數量 $B - R$ 最大
- (B) In case 2 the quantity $B - R$ is larger than in the other cases | 情形 2 中的數量 $B - R$ 最大 | 情形 2 中的數量 $B - R$ 最大
- (C) In case 3 the quantity $B - R$ is larger than in the other cases | 情形 3 中的數量 $B - R$ 最大 | 情形 3 中的數量 $B - R$ 最大
- (D) In case 4 the quantity $B - R$ is larger than in the other cases | 情形 4 中的數量 $B - R$ 最大 | 情形 4 中的數量 $B - R$ 最大
- (E) The quantity $B - R$ is the same in all cases | 數量 $B - R$ 在所有情形下都相同 | 數量 $B - R$ 在所有情形下都相同

15. The first two digits of a 100-digit integer are 2 and 9. How many digits does the square of this number have?

100 位整數的前兩位數字是 2 和 9。那麼這個數的平方有幾位數？

100 位整數的前兩位數字是 2 和 9。那麼這個數的平方有幾位數？

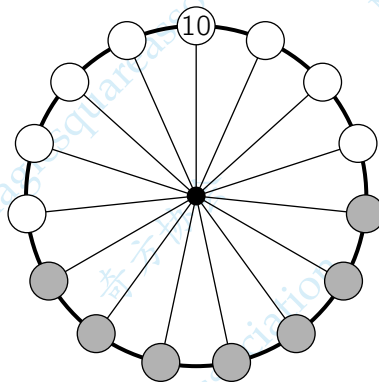


- (A) 101 (B) 199 (C) 200
 (D) 201 (E) It cannot be determined | 無法確定 | 无法确定

16. Matjaz has placed 15 numbers on a wheel. Only one of the numbers is visible, the 10 at the top. The sum of the numbers in any 7 consecutive positions on the wheel, such as the ones shaded grey, is always the same. When all 15 numbers are added, exactly how many of the numbers 75, 216, 365 and 2020 are possible totals?

Matjaz 在一個輪子上放置了 15 個數。僅有一個數是可見的，就是頂部的 10。輪子上任何七個連續位置上的數（例如，標為灰色陰影的那些數）的總和都相同。那麼在 75、216、365 和 2020 中，有幾個數可能是所有 15 個數相加的總和？

Matjaz 在一个轮子上放置了 15 个数。仅有一个数是可见的，就是顶部的 10。轮子上任何七个连续位置上的数（例如，标为灰色阴影的那些数）的总和都相同。那么在 75、216、365 和 2020 中，有几个数可能是所有 15 个数相加的总和？

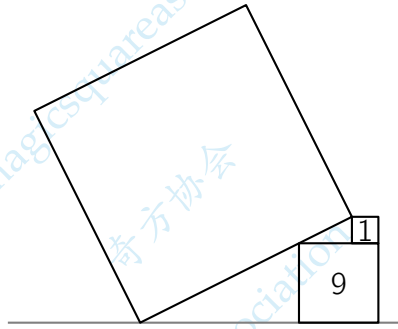


- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

17. A large square touches two other squares, as shown in the diagram. The numbers in the small squares represent their areas. What is the area of the large square?

如圖所示，一個大正方形挨著另外兩個正方形。小正方形中的數字表示其面積。那麼大正方形的面積是多少？

如图所示，一个大正方形挨着另外两个正方形。小正方形中的数字表示其面积。那么大正方形的面积是多少？



- (A) 49 (B) 80 (C) 81 (D) 82 (E) 100

18. The sequence f_n is given by $f_1 = 1$, $f_2 = 3$ and $f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$ for $n \geq 1$. How many of the first 2020 elements of the sequence are even?

對於序列 f_n , $f_1 = 1$, $f_2 = 3$, 通項為 $f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$, $n \geq 1$ 。序列的前 2020 個元素中有多少個偶數？

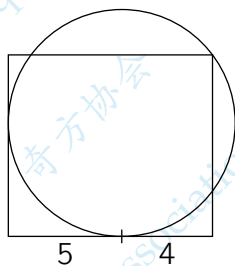
对于序列 f_n , $f_1 = 1$, $f_2 = 3$, 通项为 $f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$, $n \geq 1$ 。序列的前 2020 个元素中有多少个偶数？

- (A) 673 (B) 674 (C) 1010 (D) 1011 (E) 1347

19. A circle and a rectangle have been drawn in such a way that the circle touches two of the sides of the rectangle and passes through one of its vertices. The distances of two vertices of the rectangle from one of the points where the circle touches the rectangle are 5 and 4, as shown. What is the area of the rectangle?

一個圓形和一個矩形是這樣畫的：圓形與矩形的兩個邊相切並且通過矩形的其中一個頂點。如圖所示，其中一個切點到矩形兩個頂點的距離分別為 5 和 4。問矩形的面積是多少？

一个圆形和一个矩形是这样画的：圆形与矩形的两个边相切并且通过矩形的其中一个顶点。如图所示，其中一个切点到矩形两个顶点的距离分别为 5 和 4。问矩形的面积是多少？

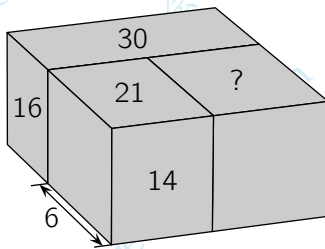


- (A) 27π (B) 25π (C) 72
 (D) 63 (E) none of the previous | 以上都不對 | 以上都不对

20. Three cuboids are arranged to make a larger cuboid as in the figure. The width of one of them is 6 and the areas of some of their faces are 14, 21, 16, 30, as shown. What is the area of the face with the question mark?

如圖所示，三個小長方體組合成一個大長方體。其中一個長方體的寬度為 6，一些面的面積是 14、21、16、30，如圖所示。帶問號的面的面積是多少？

如图所示，三个小长方体组合成一个大长方体。其中一个长方体的宽度为 6，一些面的面积是 14、21、16、30，如图所示。带问号的面的面积是多少？



- (A) 18 (B) 24 (C) 28
 (D) 30 (E) cannot be determined | 無法確定 | 无法确定

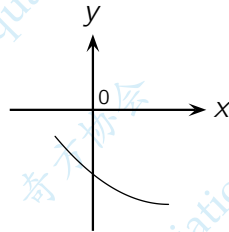
Part 3: 10 problems, 5 points each

第三部分：10 道題目，每題 5 分 | 第三部分：10 道題目，每題 5 分

21. The figure shows a section of the parabola with equation $y = ax^2 + bx + c$. Which of the following numbers is positive?

該圖顯示了拋物線的一部分，其方程為 $y = ax^2 + bx + c$ 。以下哪個選項代表的數是正的？

该图显示了抛物线的一部分，其方程为 $y = ax^2 + bx + c$ 。以下哪个选项代表的数是正的？

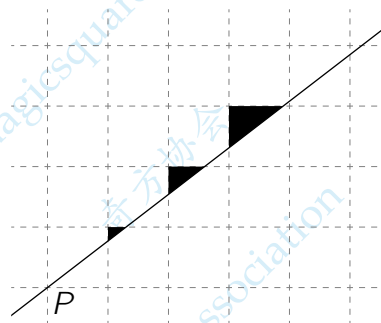


- (A) c (B) $b + c$ (C) ac (D) bc (E) ab

22. On a square grid paper, a little kangaroo draws a line passing through the lower left corner P of the grid and colours in three triangles as shown. Which of the following could be the ratio of the areas of the triangles?

在方形網格紙上，一隻小袋鼠畫出一條線，穿過網格的左下角 P 點，並塗鴉了三個三角形，如圖所示。問三個三角形面積的比值是什麼？

在方形网格纸上，一只小袋鼠画出一条线，穿过网格的左下角 P 点，并涂鸦了三个三角形，如图所示。问三个三角形面积的比值是什么？

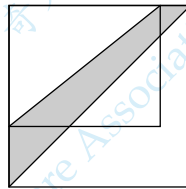


- (A) 1:2:3 (B) 1:2:4 (C) 1:3:9
(D) 1:4:8 (E) none of the previous | 以上都不對 | 以上都不對

23. The length of one of the sides of a rectangular garden is increased by 20% and the length of the other side is increased by 50%. The new garden is a square, as shown in the diagram. The shaded area between the diagonal of the square garden and the diagonal of the original rectangular garden is 30 m^2 . What was the area of the original rectangular garden?

矩形花園的一側長度增加了 20%，另一側長度增加了 50%。如圖所示，新花園是一個正方形。正方形花園的對角線與原始矩形花園的對角線之間的陰影區域的面積為 30 m^2 。問原始矩形花園的面積是多少？

矩形花园的一侧长度增加了 20%，另一侧长度增加了 50%。如图所示，新花园是一个正方形。正方形花园的对角线与原始矩形花园的对角线之间的阴影区域的面积为 30 m^2 。问原始矩形花园的面积是多少？



- (A) 60 m^2 (B) 65 m^2 (C) 70 m^2 (D) 75 m^2 (E) 80 m^2
24. A large integer N is divisible by all except two of the integers from 2 to 11. Which of the following pairs of integers could be these exceptions?

大整數 N 可以被從 2 到 11 的除了兩個數以外其他所有的整數整除，問被排除的是哪兩個數？

大整数 N 可以被从 2 到 11 的除了两个数以外其他所有的整数整除，问被排除的是哪两个数？

- (A) 2,3 (B) 4,5 (C) 6,7 (D) 7,8 (E) 10,11

25. In the morning, the ice-cream shop offers 16 flavours. Anna wants to choose a 2-flavour ice cream. In the evening several flavours are sold out and Bella wants to choose a 3-flavour ice cream from those flavours left. Both Anna and Bella can choose from the same number of possible combinations. How many flavours were sold out?

早上，冰淇淋店提供 16 種口味。Anna 想選擇其中 2 種口味的冰淇淋。到了晚上，一些口味賣完了，Bella 想從剩下的那些口味中選擇 3 種口味的冰淇淋。Anna 和 Bella 可選擇的組合數是一樣多的。問有多少種口味賣完了？

早上，冰淇淋店提供 16 种口味。Anna 想选择其中 2 种口味的冰淇淋。到了晚上，一些口味卖完了，Bella 想从剩下的那些口味中选择 3 种口味的冰淇淋。Anna 和 Bella 可选择的组合数是一样多的。问有多少种口味卖完了？

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

26. Tony has 71 marbles at his disposal in a box. He is allowed to take out exactly 30 marbles from the box or to return exactly 18 marbles to it. Tony is allowed to apply each operation as many times as he wishes. What is the smallest number of marbles that can be in the box?

Tony 的一個盒子裡有 71 顆彈珠。他每次可以從盒子裡取出恰好 30 顆彈珠，或者恰好放入 18 顆彈珠。Tony 可以按自己的意願進行多次操作。問盒子裡的彈珠數量最少可能是多少顆？

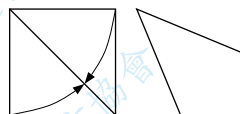
Tony 的一个盒子里有 71 颗弹珠。他每次可以从盒子里取出恰好 30 颗弹珠，或者恰好放入 18 颗弹珠。Tony 可以按自己的意愿进行多次操作。问盒子里的弹珠数量最少可能是多少颗？

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 11

27. Wajda took a square piece of paper of side 1 and folded two of its sides to the diagonal, as shown in the diagram, to make a quadrilateral. What is the area of this quadrilateral?

Wajda 有一張邊長為 1 的正方形紙，將其兩邊沿對角線折疊，如圖所示，以形成一個四邊形。問這個四邊形的面積是多少？

Wajda 有一张边长为 1 的正方形纸，将其两边沿对角线折叠，如图所示，以形成一个四边形。问这个四边形的面积是多少？



- (A) $2 - \sqrt{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\sqrt{2} - 1$ (D) $\frac{7}{10}$ (E) $\frac{3}{5}$

28. An iceberg has the shape of a cube. Exactly 90% of its volume is hidden below the surface of the water. Three edges of the cube are partially visible over the water. The visible parts of these edges are 24m, 25m and 27m. How long is an edge of the cube?

一塊形狀為立方體的冰山。其體積的 90% 被掩蓋在水面以下。立方體的三個邊在水面上部分可見。這些邊的長度分別為 24m, 25m 和 27m。問這個立方體的邊長是多少？

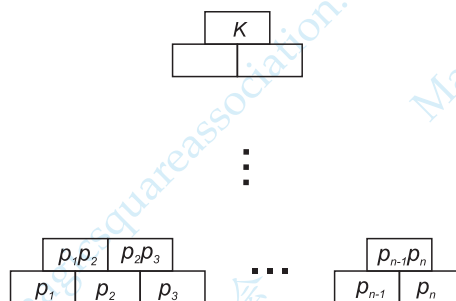
一块形状为立方体的冰山。其体积的 90% 被掩盖在水面以下。立方体的三个边在水面上部分可见。这些边的长度分别为 24m, 25m 和 27m。问这个立方体的边长是多少？

- (A) 30 m (B) 33 m (C) 34 m (D) 35 m (E) 39 m

29. There are n different prime numbers p_1 to p_n written from left to right in the bottom row of the table shown. The product of two numbers next to each other in the same row is written in the box directly above them. The number $K = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_n^{\alpha_n}$ is written in the box in top row. In a table where $\alpha_2 = 8$, how many numbers are divisible by the number p_4 ?

如圖所示，從左到右有 n 個素數 p_1 到 p_n 。相鄰兩個數的乘積寫在它們正上方的框中。數 $K = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_n^{\alpha_n}$ 寫在最上面一行的框中。已知 $\alpha_2 = 8$ ，問有多少個數可以被 p_4 整除？

如图所示，从左到右有 n 个素数 p_1 到 p_n 。相邻两个数的乘积写在它们正上方的框中。数 $K = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_n^{\alpha_n}$ 写在最上面一行的框中。已知 $\alpha_2 = 8$ ，问有多少个数可以被 p_4 整除？



- (A) 4 (B) 16 (C) 24 (D) 28 (E) 36

30. Adam and Britt try to find out which of the following figures is Carl's favourite. Adam knows that Carl has told Britt its shape. Britt knows that Carl has told Adam its colour. Then the following conversation takes place. Adam: "I don't know Carl's favourite figure and I know that Britt doesn't know it either." Britt: "At first I didn't know Carl's favourite figure, but now I do." Adam: "Now I know it too." Which figure is Carl's favourite?

Adam 和 Britt 試圖找出以下哪個圖案是 Carl 最喜歡的。Adam 知道 Carl 已經告訴 Britt 這個圖案的樣子。Britt 知道 Carl 已經告訴 Adam 這個圖案的顏色。然後他們進行交流。Adam: "我不知道 Carl 最喜歡的圖案, 我知道 Britt 也不知道。" Britt: "起初我不知道 Carl 最喜歡的圖案, 但現在我知道了。" Adam: "現在我也知道了。" 問 Carl 最喜歡哪個圖案?

Adam 和 Britt 试图找出以下哪个图案是 Carl 最喜欢的。Adam 知道 Carl 已经告诉 Britt 这个图案的样子。Britt 知道 Carl 已经告诉 Adam 这个图案的颜色。然后他们进行交流。Adam: "我不知道 Carl 最喜欢的图案, 我知道 Britt 也不知道。" Britt: "起初我不知道 Carl 最喜欢的图案, 但现在我知道了。" Adam: "现在我也知道了。" 问 Carl 最喜欢哪个图案?

