



2021 Hong Kong Mathematics Kangaroo Contest — Junior —

2021香港數學袋鼠競賽 — 中學中年級 2021香港数学袋鼠竞赛 — 中学中年級

Instruction | 說明 | 说明

1. DO NOT FLIP OPEN THIS FRONT COVER UNTIL YOUR PROCTOR TELLS YOU.
在未收到監考老師指示前，請不要翻開此封面。
在未收到监考老师指示前，请不要翻开此封面。
2. This is a 25 question multiple choice test. For each question, only one answer choice is correct.
這是一套包括25道選擇題的測試，每道題目只有一個正確答案。
这是一套包括25道选择题的测试，每道题目只有一个正确答案。
3. Every question is given a point value. You will receive full points for correct answer, and zero point for blank or incorrect answer. The full score of this test is 100 points.
每道題目都有給定的分值。每題答對得滿分，答錯或空白得0分。本次測試的滿分為100分。
每道题目都有给定的分值。每题答对得满分，答错或空白得0分。本次测试的满分为100分。
4. Only scratch paper, graph paper, rulers, protractors, and erasers are allowed as aids. Calculators are NOT allowed. No problems on the test *require* the use of a calculator.
只能使用草稿紙、方格紙、尺、量角器和橡皮作為輔助工具。計算器是不允許使用的。測試中沒有任何問題必須需要使用計算器。
只能使用草稿紙、方格紙、尺、量角器和橡皮作为辅助工具。计算器是不允许使用的。测试中没有任何问题必须需要使用计算器。
5. Figures are not necessarily drawn to scale.
圖形不一定按比例繪製。
图形不一定按比例绘制。
6. You will have 75 minutes to complete the test once your proctor tells you to begin.
監考老師宣布開始後，你將有75分鐘的時間完成測試。
监考老师宣布开始后，你将有75分钟的时间完成测试。








Part 1: 8 problems, 3 points each

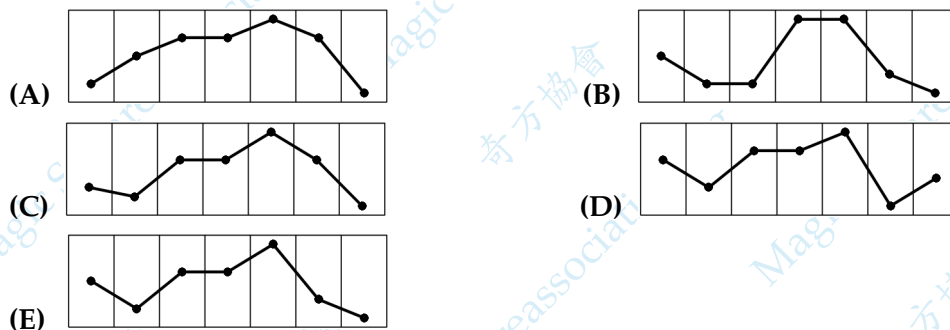
第一部分：8 道題目，每題 3 分 | 第一部分：8 道題目，每題 3 分

1. Paula's weather app shows a diagram of the predicted weather and maximum temperatures for the next seven days, as shown. Which of the following represents the corresponding graph of maximum temperatures?

如圖所示，Paula 的天氣應用程式顯示了未來七天的天氣和每日最高氣溫預報的圖表。下列哪一個是最高氣溫對應的曲線圖？

如图所示，Paula 的天气应用程序显示了未来七天的天气和每日最高气温预报的图表。下列哪一个最高气温对应的曲线图？

						
-1°C	-4°C	0°C	0°C	3°C	-3°C	-5°C
Fri	Sat	Sun	Mon	Tue	Wed	Thu
星期五	星期六	星期日	星期一	星期二	星期三	星期四



2. How many integers are in the interval $(20 - \sqrt{21}, 20 + \sqrt{21})$?

在區間 $(20 - \sqrt{21}, 20 + \sqrt{21})$ 中有多少個整數？

在區間 $(20 - \sqrt{21}, 20 + \sqrt{21})$ 中有多少個整數？

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

3. Each year, the third Thursday in March is named Kangaroo Day. The dates of Kangaroo Day for the next few years are shown below, with one error. Which date is wrong?

每年三月的第三個星期四被稱為袋鼠日。下面顯示了未來幾年的 Kangaroo 日的日期，但有一個是錯誤的。問哪個日期是錯誤的？

每年三月的第三個星期四被稱為袋鼠日。下面顯示了未來幾年的 Kangaroo 日的日期，但有一個是錯誤的。問哪個日期是錯誤的？

- (A) March 17, 2022 | 2022 年 3 月 17 日 | 2022 年 3 月 17 日
(B) March 16, 2023 | 2023 年 3 月 16 日 | 2023 年 3 月 16 日
(C) March 14, 2024 | 2024 年 3 月 14 日 | 2024 年 3 月 14 日
(D) March 20, 2025 | 2025 年 3 月 20 日 | 2025 年 3 月 20 日
(E) March 19, 2026 | 2026 年 3 月 19 日 | 2026 年 3 月 19 日

4. The halftime score of a handball match was 9:14, thus the visiting team was leading by five goals. As a consequence of coach instructions received at halftime, the home team dominated in the second half and scored twice as many goals as their opponents. The home team won the match by one goal. What was the final score of the match?

一場手球比賽半場結束時的比分是 9:14，客隊領先五個球。由於在中場休息時接受了教練的指導，主隊在下半場佔了上風，進球數是對方的兩倍。最後主隊以一球之差贏得了比賽。問比賽的最終比分是多少？

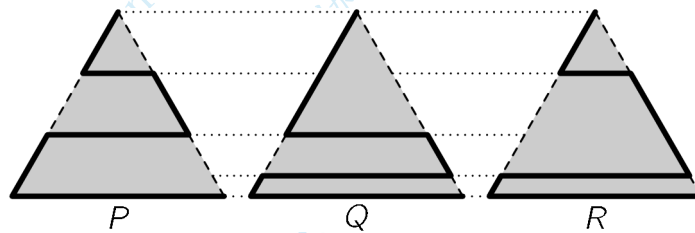
一场手球比赛半场结束时的比分是 9:14，客队领先五个球。由于在中场休息时接受了教练的指导，主队在下半场占了上风，进球数是对方的两倍。最后主队以一球之差赢得了比赛。问比赛的最終比分是多少？

- (A) 20:19 (B) 21:20 (C) 22:21 (D) 23:22 (E) 24:23

5. A park is shaped like an equilateral triangle. A cat wants to walk along one of the three indicated paths (thicker lines) from the upper corner to the lower right corner. The lengths of the paths are P , Q and R , as shown. Which of the following statements about the lengths of the paths is true?

一個公園呈等邊三角形形狀。一隻貓想沿著從最上面的角到右下角的三個指示路徑（粗線）之一走。如圖所示，路徑的長度分別為 P 、 Q 和 R 。下列關於路徑長度的說法，哪一項是正確的？

一个公园呈等边三角形形状。一只猫想沿着从最上面的角到右下角的三个指示路径（粗线）之一走。如图所示，路径的长度分别为 P 、 Q 和 R 。下列关于路径长度的说法，哪一项是正确的？



- (A) $P < Q < R$ (B) $P < R < Q$ (C) $P < Q = R$ (D) $P = R < Q$ (E) $P = Q = R$

6. The little kangaroo has chosen a special number. She gets the same result when she subtracts $\frac{1}{10}$ from her number as she does when she multiplies it by $\frac{1}{10}$. What is her number?

小袋鼠選擇了一個特殊的數。當她將這個數中減去 $\frac{1}{10}$ 時，得到的結果和將這個數與 $\frac{1}{10}$ 相乘所得的結果相同。問他選擇的數是多少？

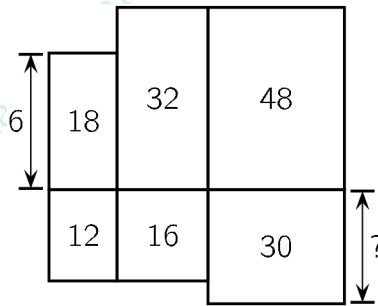
小袋鼠选择了一个特殊的数。当她将这个数中减去 $\frac{1}{10}$ 时，得到的结果和将这个数与 $\frac{1}{10}$ 相乘所得的结果相同。问他选择的数是多少？

- (A) $\frac{1}{100}$ (B) $\frac{1}{11}$ (C) $\frac{1}{10}$ (D) $\frac{11}{100}$ (E) $\frac{1}{9}$

7. Six rectangles are arranged as shown. The top left-hand rectangle has height 6 cm. The numbers within the rectangles indicate their areas in cm^2 . What is the height of the bottom right-hand rectangle?

六個矩形按照如圖所示的方式排列。左上方的矩形的高度為 6 cm。矩形內的數表示其以 cm^2 為單位的面積。問右下方矩形的高度是多少？

六个矩形按照如图所示的方式排列。左上方的矩形的高度为 6 cm。矩形内的数表示其以 cm^2 为单位的面积。问右下方矩形的高度是多少？



- (A) 4 cm (B) 5 cm (C) 6 cm (D) 7.5 cm (E) 10 cm

8. Ahmad walks up 8 steps going up either 1 or 2 steps at a time. There is a hole on the 6th step, so he cannot use this step. In how many different ways can Ahmad reach the top step?

Ahmad 要向上走 8 個台階，每步向上走 1 個或 2 個台階。第六級台階上有一個洞，因此他無法使用這個台階。問 Ahmad 可以有幾種不同的方式達到最上面的台階？

Ahmad 要向上走 8 个台阶，每步向上走 1 个或 2 个台阶。第六级台阶上有一个洞，因此他无法使用这个台阶。问 Ahmad 可以有几种不同的方式达到最上面的台阶？

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

Part 2: 9 problems, 4 points each

第二部分：9 道題目，每題 4 分 | 第二部分：9 道題目，每題 4 分

9. Suppose n is an integer, a large cube is built up by n^3 identical unit cubes. The number of unit cubes that have visible faces can be expressed as $an^2 + bn + c$, where a , b and c are integers. What is the value of $a + b + c$?

設 n 是整數，一個大立方體由 n^3 個相同的單位立方體組成。有面可見的單位立方體的數量可以表示為 $an^2 + bn + c$ ，其中 a ， b 和 c 是整數。問 $a + b + c$ 的值是多少？

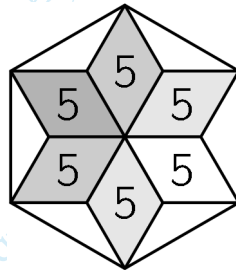
设 n 是整数，一个大立方体由 n^3 个相同的单位立方体组成。有面可见的单位立方体的数量可以表示为 $an^2 + bn + c$ ，其中 a ， b 和 c 是整数。问 $a + b + c$ 的值是多少？

- (A) -6 (B) -2 (C) 1 (D) 2 (E) 6

10. Six congruent rhombuses, each of area 5 cm^2 , form a star. The tips of the star are joined to draw a regular hexagon, as shown. What is the area of the hexagon?

六個全等的菱形組成一個星形，每個菱形的面積為 5 cm^2 。如圖所示，將星形的尖端連接起來得到一個正六邊形。問這個六邊形的面積是多少？

六个全等的菱形组成一个星形，每个菱形的面积为 5 cm^2 。如图所示，将星形的尖端连接起来得到一个正六边形。问这个六边形的面积是多少？

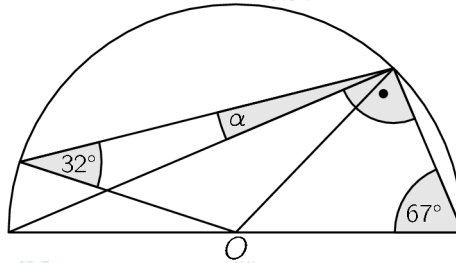


- (A) 36 cm^2 (B) 40 cm^2 (C) 45 cm^2 (D) 48 cm^2 (E) 60 cm^2

11. The figure shows a semicircle with center O . Two of the angles are given. What is the size of the angle α ?

圖中顯示了一個以 O 為中心的半圓。其中的兩個角度已經給出。問角度 α 的大小是多少？

图中显示了一个以 O 为中心的半圆。其中的两个角度已经给出。问角度 α 的大小是多少？



- (A) 9° (B) 11° (C) 16° (D) 17.5° (E) 18°

12. A 3×3 square initially has the number 0 in each of its cells. In one step all four numbers in one 2×2 subsquare such as the shaded one, for example, are then increased by 1. This operation is repeated several times to obtain the arrangement on the right. Unfortunately some numbers in this arrangement are hidden. What number is in the square with the question mark?

在 3×3 的方格表中，最初在每個單元格中都寫有數 0。每次可以選擇一個 2×2 子正方形（例如陰影所示的那個），將其中的四個數都加 1。重複進行這樣的操作若干次後，可以形成如右圖所示的狀態，但是其中有一些數被遮住了。帶有問號的方格中的數是多少？

在 3×3 的方格表中，最初在每個單元格中都寫有數 0。每次可以選擇一個 2×2 子正方形（例如陰影所示的那個），將其中的四個數都加 1。重複進行這樣的操作若干次後，可以形成如右圖所示的狀態，但是其中有一些數被遮住了。帶有問號的方格中的數是多少？

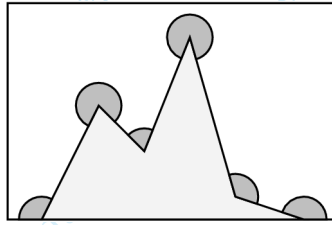
0	0	0	■	18	■
0	0	0	■	47	■
0	0	0	13	■	?

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 19

13. What is the sum of the six marked angles in the picture?

圖中六個標記角度的總和是多少?

图中六个标记角度的总和是多少?

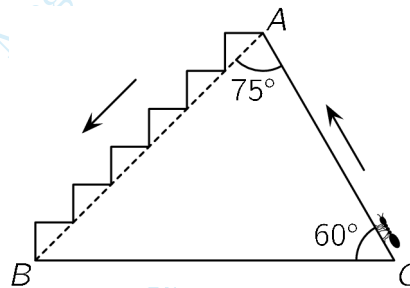


- (A) 90° (B) 1080° (C) 1120° (D) 1260° (E) 1440°

14. An ant climbs from C to A on path CA and descends from A to B on the stairs, as shown in the diagram. What is the ratio of the lengths of the ascending and descending paths?

如圖所示，一隻螞蟻沿著邊 CA 上從 C 往上爬到了 A，然後沿著階梯從 A 往下爬到了 B。問螞蟻往上爬的路程和往下爬的路程的長度之比是多少?

如图所示，一只蚂蚁沿着边 CA 上从 C 往上爬到了 A，然后沿着阶梯从 A 往下爬到了 B。问蚂蚁往上爬的路程和往下爬的路程的长度之比是多少?



- (A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

15. The numbers a , b and c satisfy $a + b + c = 0$ and $abc = 78$. What is the value of $(a + b)(b + c)(c + a)$?

數 a , b 和 c 滿足 $a + b + c = 0$ 和 $abc = 78$ 。問 $(a + b)(b + c)(c + a)$ 的值是多少?

数 a , b 和 c 滿足 $a + b + c = 0$ 和 $abc = 78$ 。问 $(a + b)(b + c)(c + a)$ 的值是多少?

- (A) -156 (B) -39 (C) 78
(D) 156 (E) none of the previous | 以上都不對 | 以上都不对

16. Let N be the smallest positive integer whose sum of its digits is 2021. What is the sum of the digits of $N + 2021$?

假設 N 是各位數字之和為 2021 的最小正整數。問 $N + 2021$ 的各位數字之和是多少？

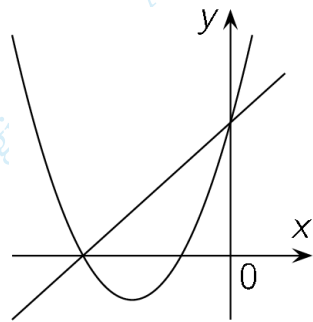
假设 N 是各位数字之和为 2021 的最小正整数。问 $N + 2021$ 的各位数字之和是多少？

- (A) 10 (B) 12 (C) 19 (D) 28 (E) 2021

17. The parabola in the figure has an equation of the form $y = ax^2 + bx + c$ for some distinct real numbers a, b and c . Which of the following equations could be an equation of the line in the figure?

a, b 和 c 是不同的實數，圖中拋物線的方程為 $y = ax^2 + bx + c$ 。問下列哪個方程可能表示圖中的直線？

a, b 和 c 是不同的實數，圖中拋物線的方程為 $y = ax^2 + bx + c$ 。問下列哪個方程可能表示圖中的直線？



- (A) $y = bx + c$ (B) $y = cx + b$ (C) $y = ax + b$ (D) $y = ax + c$ (E) $y = cx + a$

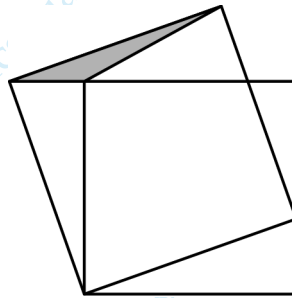
Part 3: 8 problems, 5 points each

第三部分：8 道題目，每題 5 分 | 第三部分：8 道題目，每題 5 分

18. The smaller square in the picture has area 16 and the grey triangle has area 1. What is the area of the larger square?

圖中較小的正方形的面積為 16，灰色三角形的面積為 1。問大正方形的面積是多少？

图中较小的正方形的面积为 16，灰色三角形的面积为 1。问大正方形的面积是多少？



- (A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20 (E) 21

19. Each of the numbers a and b is a square of an integer. The difference $a - b$ is a prime number. Which of the following could be b ?

數 a 和 b 分別是某個整數的平方。而差 $a - b$ 是一個質數。問以下哪個數可能是 b ?

数 a 和 b 分别是某个整数的平方。而差 $a - b$ 是一个质数。问以下哪个数可能是 b ?

- (A) 100 (B) 144 (C) 256 (D) 900 (E) 10000

20. In the 4×4 table some cells must be painted black. The numbers next to and below the table show how many cells in that row or column must be black. In how many ways can this table be painted?

在 4×4 的方格表中，將某些單元格塗成黑色，使得每行與每列中黑色單元格的數量如圖中表格右側和下側所寫的數。問給這張方格表染色有多少種不同的方法？

在 4×4 的方格表中，將某些單元格塗成黑色，使得每行與每列中黑色單元格的數量如圖中表格右側和下側所寫的數。問給這張方格表染色有多少種不同的方法？

				2
				0
				2
				1
2	0	2	1	

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

21. How many solutions does the equation

$$||x - 1| - 1| - 1| = 1$$

have? Here, $|x|$ denotes the absolute value of x , for example $|3| = 3$, $|-5| = 5$.

方程

$$||x - 1| - 1| - 1| = 1$$

有多少個不同的解? 這裡, $|x|$ 表示 x 的絕對值, 例如 $|3| = 3$, $|-5| = 5$ 。

方程

$$||x - 1| - 1| - 1| = 1$$

有多少个不同的解? 这里, $|x|$ 表示 x 的绝对值, 例如 $|3| = 3$, $|-5| = 5$ 。

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

22. 2021 balls are arranged in a row and are numbered from 1 to 2021. Each ball is coloured in one of four colours: green, red, yellow or blue. Among any five consecutive balls there is exactly one red, one yellow and one blue ball. After any red ball the next ball is yellow. The balls numbered 2, 20 and 202 are green. What colour is the ball numbered 2021?

2021 個球排成一排, 依次編號為 1 至 2021。每個球的顏色是以下四種顏色之一: 綠色, 紅色, 黃色或藍色。在任何五個連續的球中, 總是恰好有一個紅色球, 一個黃色球和一個藍色球。任意一個紅色球之後的下一個球必定是黃色球。編號為 2, 20 和 202 的球都是綠色的。問編號為 2021 的球是什麼顏色?

2021 个球排成一排, 依次编号为 1 至 2021。每个球的颜色是以下四种颜色之一: 绿色, 红色, 黄色或蓝色。在任何五个连续的球中, 总是恰好有一个红色球, 一个黄色球和一个蓝色球。任意一个红色球之后的下一个球必定是黄色球。编号为 2, 20 和 202 的球都是绿色的。问编号为 2021 的球是什么颜色?

(A) Blue | 藍色 | 蓝色 (B) Green | 綠色 | 绿色 (C) Red | 紅色 | 红色
(D) Yellow | 黃色 | 黄色 (E) impossible to determine | 無法確定 | 无法确定

23. Christina has eight coins whose weights in grams are different positive integers. When Christina puts any two coins on one side of a balance scales and any two on the other side of the balance scales, the side containing the heaviest of the four coins is always the heavier side. What is the smallest possible weight of the heaviest coin in grams?

Christina 有八枚硬幣，其重量（以克為單位）為不同的正整數。當 Christina 將任意兩個硬幣放在天平的一側，而將另外兩個硬幣放在天平的另一側時，包含這四個硬幣中最重的硬幣的那一側總是較重的一側。問最重硬幣的最小可能重量是多少克？

Christina 有八枚硬幣，以克為單位的重量都是不同的正整數。當 Christina 將任意兩個硬幣放在天平的一側，而將另外兩個硬幣放在天平的另一側時，包含這四個硬幣中最重的硬幣的那一側總是較重的一側。問最重硬幣的最小可能重量是多少克？

- (A) 12 (B) 34 (C) 64 (D) 128 (E) 256

24. Suppose N is the greatest integer less than $\frac{10^{2021}}{10^{673} + 5}$. What is the hundreds digit of N ?

設 N 是小於 $\frac{10^{2021}}{10^{673} + 5}$ 的最大整數。問 N 的百位數字是幾？

設 N 是小于 $\frac{10^{2021}}{10^{673} + 5}$ 的最大整数。问 N 的百位数字是几？

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

25. Seven standard dice are rolled simultaneously and the 7 numbers obtained are added. What is the probability that the sum is an even number, but not a multiple of 3?

同時拋擲七個骰子，並將所得的 7 個結果相加。問總和是偶數而不是 3 的倍數的概率是多少？

同时拋擲七个骰子，并将所得的 7 个结果相加。问总和是偶数而不是 3 的倍数的概率是多少？

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$