

2023 Hong Kong Mathematics Kangaroo Contest — Cadet —

2023香港數學袋鼠競賽 — 中學低年級
2023香港数学袋鼠竞赛 — 中学低年級



Instruction | 說明 | 说明

1. DO NOT FLIP OPEN THIS FRONT COVER UNTIL YOUR PROCTOR TELLS YOU.
在未收到監考老師指示前，請不要翻開此封面。
在未收到监考老师指示前，请不要翻开此封面。
2. This is a 25 question multiple choice test. For each question, only one answer choice is correct.
這是一套包括25道選擇題的測試，每道題目只有一個正確答案。
这是一套包括25道选择题的测试，每道题目只有一个正确答案。
3. Mark your answer to each problem on the answer sheet with a pencil. Check blackened answers for accuracy and erase errors completely. Only answers that are properly marked on the answer sheet will be scored.
請將每道題目的答案用鉛筆標註在答題卡上。請注意檢查塗寫的黑色長方塊的準確性，用橡皮完全擦掉錯誤的答案。只有恰當標註在答題卡上的答案才會被評分。
请将每道题目的答案用铅笔标注在答题卡上。请注意检查涂写的黑色长方块的准确性，用橡皮完全擦掉错误的答案。只有恰当标注在答题卡上的答案才会被评分。
4. Every question is given a point value. You will receive full points for correct answer, and zero point for blank or incorrect answer. The full score of this test is 100 points.
每道題目都有給定的分值。每題答對得滿分，答錯或空白得0分。本次測試的滿分為100分。
每道题目都有给定的分值。每题答对得满分，答错或空白得0分。本次测试的满分为100分。
5. Only scratch paper, graph paper, rulers, protractors, and erasers are allowed as aids. Calculators are NOT allowed. No problems on the test *require* the use of a calculator.
只能使用草稿紙、方格紙、尺、量角器和橡皮作為輔助工具。計算器是不允許使用的。測試中沒有任何問題必須需要使用計算器。
只能使用草稿纸、方格纸、尺、量角器和橡皮作为辅助工具。计算器是不允许使用的。测试中没有任何问题必须需要使用计算器。
6. Figures are not necessarily drawn to scale.
圖形不一定按比例繪製。
图形不一定按比例绘制。
7. Before beginning the test, make sure to write the Competition Code “Cadet”, your name and Competition ID with your signature on the answer sheet, especially to bubble in the 9-digit Competition ID completely!
在開始測試之前，請確保已將競賽代碼“Cadet”，姓名和准考證號填寫在答題卡上並簽名，特別是9位准考證號的每位數字已經塗好相應的黑色長方塊。
在开始测试之前，请确保已将竞赛代码“Cadet”，姓名和准考证号填写在答题卡上并签名，特别是9位准考证号的每位数字已经涂好相应的黑色长方块。
8. You will have 75 minutes to complete the test once your proctor tells you to begin.
監考老師宣布開始後，你將有75分鐘的時間完成測試。
监考老师宣布开始后，你将有75分钟的时间完成测试。

Part 1: 8 problems, 3 points each

第一部分：8 道題目，每題 3 分 | 第一部分：8 道題目，每題 3 分

1. In the following equation, what should replace the \star to make the equality hold?

在下面的算式中，應該用什麼數來替代 \star ，使得等式成立？

在下面的算式中，应该用什么数来替代 \star ，使得等式成立？

$$\frac{\star}{3} + \frac{\star}{4} = \frac{\star}{\star}$$

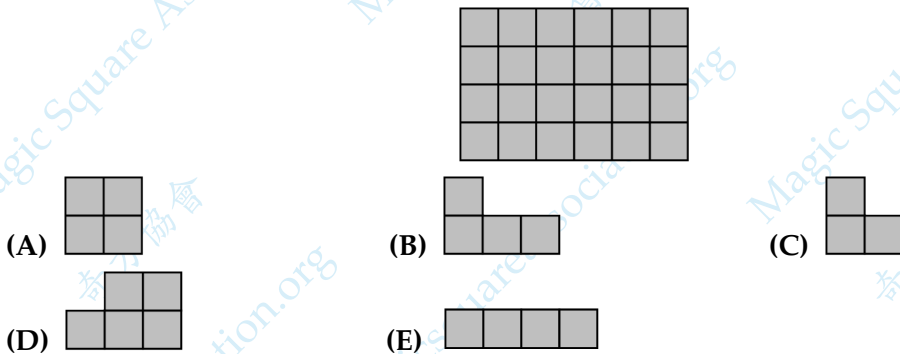
- (A) $\frac{7}{12}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) 1 (D) $\frac{4}{3}$ (E) $\frac{12}{7}$

「Proposed by Australia | 澳大利亞供題 | 澳大利亞供題」

2. A tiler wants to tile a floor of dimensions 4×6 using identical tiles. No overlaps or gaps are allowed. Which of the following tiles could not be used?

瓷磚工人想要使用相同的瓷磚鋪設尺寸為 4×6 的地面。不允許有重疊或間隙。問不能使用以下哪個形狀的瓷磚？

瓷磚工人想要使用相同的瓷磚鋪設尺寸為 4×6 的地面。不允許有重疊或間隙。問不能使用以下哪個形狀的瓷磚？



「Proposed by Greece | 希臘供題 | 希臘供題」

3. Theodore wrote down three consecutive whole numbers in order, but instead of digits she used symbols so wrote $\square\diamond\diamond, \heartsuit\triangle\triangle, \heartsuit\triangle\square$. What would she write next?

Theodore 按順序寫下三個連續的整數，但她使用的是符號而不是數字： $\square\diamond\diamond, \heartsuit\triangle\triangle, \heartsuit\triangle\square$ 。問她接下來會寫什麼？

Theodore 按順序写下三个连续的整数，但她使用的是符号而不是数字： $\square\diamond\diamond, \heartsuit\triangle\triangle, \heartsuit\triangle\square$ 。問她接下来会写什么？

- (A) $\heartsuit\heartsuit\diamond$ (B) $\square\heartsuit\square$ (C) $\heartsuit\triangle\diamond$ (D) $\heartsuit\diamond\square$ (E) $\heartsuit\triangle\heartsuit$

「Proposed by Germany | 德國供題 | 德國供題」

4. How many positive integers n exist that satisfy both inequalities below?

同時滿足以下兩個不等式的正整數 n 有多少個?

同时满足以下两个不等式的正整数 n 有多少个?

$$\frac{3}{8} < \frac{n}{4} < \frac{23}{12}, \quad \frac{4}{17} < \frac{3}{n} < \frac{5}{8}$$

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

「Proposed by Hungary | 匈牙利供題 | 匈牙利供題」

5. The positive integers m and n are both odd. How many of the following expressions are always odd?

正整數 m 和 n 都是奇數。下列表達式中有幾個總是奇數?

正整数 m 和 n 都是奇数。下列表达式中有几个总是奇数?

$$m + n + 2 \quad (m + 3) \cdot (n + 3) \quad m \cdot n + 4 \quad \frac{m^2 + n^2 - 2}{8} \quad m^n$$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

「Proposed by Sweden | 瑞典供題 | 瑞典供題」

6. For a positive integer n , $n!$ is defined as the product of all integers from 1 to n . For example, $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. What is the sum of the digits of positive integer N that satisfies the below equation?

對於正整數 n , $n!$ 定義為從 1 到 n 的所有整數的乘積。例如, $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ 。滿足下面方程的正整數 N 的各位數字之和是多少?

对于正整数 n , $n!$ 定义为从 1 到 n 的所有整数的乘积。例如, $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ 。满足下面方程的正整数 N 的各位数字之和是多少?

$$N! = 6! \cdot 7!$$

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 9

「Proposed by Turkey | 土耳其供題 | 土耳其供題」

7. Evita wants to write the numbers 1 to 8 in the boxes of the grid shown below, so that the sums of the numbers in the boxes in each row are equal and the sums of the numbers in the boxes in each column are equal. She has already written numbers 3, 4 and 8, as shown. What number will she write in the shaded box?

Evita 想把數 1 到 8 寫在下面的方格表中，使得每行中的各數之和相等，並且每列中的各數之和相等。如圖所示，她已經寫好了數 3, 4, 8。問她會在陰影方格里寫哪個數？

Evita 想把数 1 到 8 写在下面的方格表中，使得每行中的各数之和相等，并且每列中的各数之和相等。如图所示，她已经写好了数 3, 4, 8。问她会在阴影方格里写哪个数？

	4		
3		8	

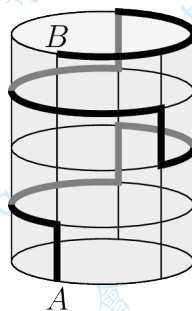
- (A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 6 (E) 7

「Proposed by Mexico | 墨西哥供題 | 墨西哥供題」

8. A cylindrical can has height 15 cm and the perimeter of its circular base is 30 cm. An ant walks from point A on the base to point B on the roof. Its path is either vertically upwards or horizontally along circular arcs around the can. Its path is shown with a thicker line (black for the path on the front of the can and grey at the back). What is the length, in cm, of the ant's path?

圓柱形罐頭的高度為 15 厘米，其圓形底面的周長為 30 厘米。一隻螞蟻從底部的 A 點走到頂部的 B 點。它走過的路徑要么垂直向上，要么水平沿著罐頭側面的圓弧。它的路徑顯示為較粗的線（黑色表示罐頭前面的路徑，灰色表示罐頭後面的路徑）。問螞蟻路徑的長度是多少厘米？

圆柱形罐头的高度为 15 厘米，其圆形底面的周长为 30 厘米。一只蚂蚁从底部的 A 点走到顶部的 B 点。它走过的路径要么垂直向上，要么水平沿着罐头侧面的圆弧。它的路径显示为较粗的线（黑色表示罐头前面的路径，灰色表示罐头后面的路径）。问蚂蚁路径的长度是多少厘米？



- (A) 45 (B) 55 (C) 60 (D) 65 (E) 75

「Proposed by Greece | 希臘供題 | 希臘供題」

Part 2: 9 problems, 4 points each

第二部分：9 道題目，每題 4 分 | 第二部分：9 道題目，每題 4 分

9. How many pairs of positive integers x and y satisfy the below equation?有多少對正整數 x 和 y 滿足下面的方程？有多少对正整数 x 和 y 满足下面的方程？

$$x + 2y = 2^{10}$$

(A) 0

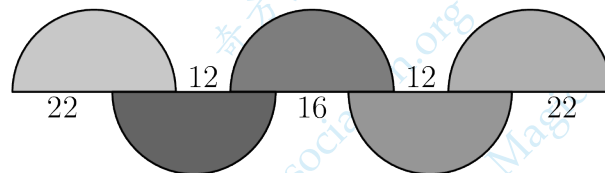
(B) $2^9 - 1$ (C) 2^9 (D) $2^9 + 1$ (E) $2^9 + 2$

[Proposed by Montenegro | 黑山供題 | 黑山供題]

10. The diagram shows five equal semicircles and the lengths of some line segments. What is the radius of the semicircles?

該圖顯示了五個相等的半圓和一些線段的長度。問半圓的半徑是多少？

该图显示了五个相等的半圓和一些线段的长度。問半圓的半徑是多少？



(A) 12

(B) 16

(C) 18

(D) 22

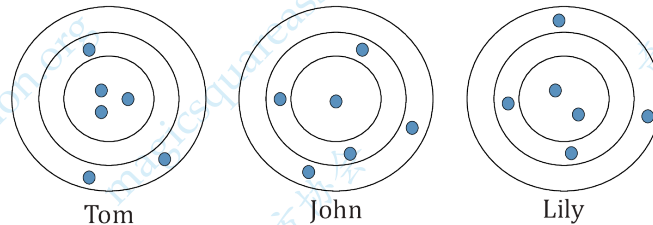
(E) 36

[Proposed by Iran | 伊朗供題 | 伊朗供題]

11. Tom, John and Lily each shot six arrows at a target. Arrows hitting anywhere within the same ring score the same number of points. Tom scored 46 points and John scored 34 points, as shown. How many points did Lily score?

Tom, John 和 Lily 每人向靶子射了六支箭。射中同一圓環內任何地方的箭得分相同。如圖所示，Tom 得了 46 分，John 得了 34 分。Lily 得了多少分？

Tom, John 和 Lily 每人向靶子射了六支箭。射中同一圓環內任何地方的箭得分相同。如圖所示，Tom 得了 46 分，John 得了 34 分。Lily 得了多少分？



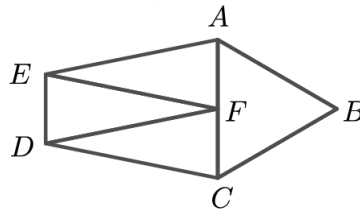
- (A) 38 (B) 39 (C) 40 (D) 41 (E) 42

[Proposed by China | 中國供題 | 中国供題]

12. Pentagon $ABCDE$ is divided into four triangles with equal perimeter. Triangle $\triangle ABC$ is equilateral and $\triangle AEF$, $\triangle DFE$ and $\triangle CDF$ are three identical isosceles triangles. What is the ratio of the perimeter of the pentagon $ABCDE$ to the perimeter of triangle ABC ?

五邊形 $ABCDE$ 被分成四個周長相等的三角形。 $\triangle ABC$ 是等邊三角形， $\triangle AEF$ ， $\triangle DFE$ ， $\triangle CDF$ 是三個相同的等腰三角形。問五邊形 $ABCDE$ 的周長與三角形 ABC 的周長之比是多少？

五邊形 $ABCDE$ 被分成四個周長相等的三角形。 $\triangle ABC$ 是等邊三角形， $\triangle AEF$ ， $\triangle DFE$ ， $\triangle CDF$ 是三個相同的等腰三角形。問五邊形 $ABCDE$ 的周長與三角形 ABC 的周長之比是多少？



- (A) 2 : 1 (B) 3 : 2 (C) 4 : 3 (D) 5 : 2 (E) 5 : 3

[Proposed by Catalonia | 加泰羅尼亞供題 | 加泰羅尼亞供題]

13. The eight-digit number *KANGAROO* is divisible by 11 without remainder. Which of the following four-digit number is definitely divisible by 11 as well?

八位數 *KANGAROO* 可以被 11 整除。那麼以下哪個四位數也能被 11 整除?

八位数 *KANGAROO* 可以被 11 整除。那么以下哪个四位数也能被 11 整除?

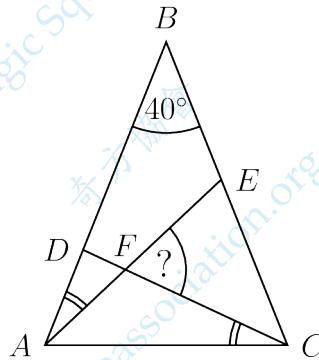
- (A) *KANG* (B) *NGAR* (C) *RANG* (D) *RKGN* (E) *RKNG*

[Proposed by Georgia | 格魯吉亞供題 | 格魯吉亞供題]

14. Triangle *ABC* is isosceles with $\angle ABC = 40^\circ$. The two marked angles, $\angle EAB$ and $\angle DCA$, are equal. What is the size of the angle $\angle CFE$?

在等腰三角形 *ABC* 中, $\angle ABC = 40^\circ$ 。兩個有標記的角 $\angle EAB$ 和 $\angle DCA$ 是相等的。問角 $\angle CFE$ 的大小是多少度?

在等腰三角形 *ABC* 中, $\angle ABC = 40^\circ$ 。两个有标记的角 $\angle EAB$ 和 $\angle DCA$ 是相等的。问角 $\angle CFE$ 的大小是多少度?



- (A) 55° (B) 60° (C) 65° (D) 70° (E) 75°

[Proposed by Catalonia | 加泰羅尼亞供題 | 加泰羅尼亞供題]

15. The edges of a square are 1 cm long. How many points on the plane are exactly 1 cm away from two of the vertices of this square?

正方形的邊長為 1 厘米。問平面上有多少個點與這個正方形的兩個頂點的距離恰好為 1 厘米?

正方形的边长为 1 厘米。问平面上有多少个点与这个正方形的两个顶点的距离恰好为 1 厘米?

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

[Proposed by Hungary | 匈牙利供題 | 匈牙利供題]

16. Some beavers and some kangaroos are standing in a circle. There are three beavers in total and there are no two beavers who are standing next to another beaver. There are exactly three kangaroos who are standing next to another kangaroo. What is the largest possible amount of kangaroos in the circle?

一些海狸和袋鼠站成一个圓圈。海狸一共有三只，沒有兩只海狸是相鄰的。考慮有袋鼠與其相鄰的袋鼠，這樣的袋鼠恰好有三只。問圓圈中最多可能有多少只袋鼠？

一些海狸和袋鼠站成一个圓圈。海狸一共有三只，沒有兩只海狸是相鄰的。考慮有袋鼠與其相鄰的袋鼠，這樣的袋鼠恰好有三只。問圓圈中最多可能有多少只袋鼠？

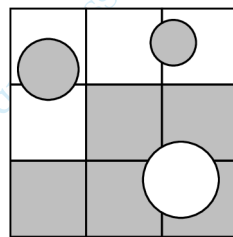
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

「Proposed by Puerto Rico | 波多黎各供題 | 波多黎各供題」

17. A square of side 30 cm is divided into nine identical smaller squares. The large square contains three circles with radii 5 cm (bottom right), 4 cm (top left) and 3 cm (top right), as shown. What is the area of the shaded part in cm^2 ?

一個邊長為 30 厘米的正方形被分成了九個相同的小正方形。如圖所示，大正方形中有三個半徑為 5 厘米（右下）、4 厘米（左上）、3 厘米（右上）的圓。問陰影部分的面積是多少平方厘米？

一个边长为 30 厘米的正方形被分成了九个相同的小正方形。如图所示，大正方形中有三个半径为 5 厘米（右下）、4 厘米（左上）、3 厘米（右上）的圆。问阴影部分的面积是多少平方厘米？



- (A) 400 (B) 500 (C) $400 + 50\pi$
 (D) $500 - 25\pi$ (E) $500 + 25\pi$

「Proposed by Greece | 希臘供題 | 希臘供題」

18. Martin is standing in a queue. The number of people in the queue is a multiple of 3. He notices that he has as many people in front of him as behind him. He sees two friends, both standing behind him in the queue, one in 19th place and the other in 28th place. In which position in the queue is Martin?

Martin 正在排隊。隊列中的人數是 3 的倍數。他注意到排在他前面的人和排在他後面的人一樣多。他看到兩個朋友都站在隊列中他的後面，一個排在第 19 位，另一個排在第 28 位。問 Martin 在隊列中排在第多少位？

Martin 正在排队。队列中的人数是 3 的倍数。他注意到排在他前面的人和排在他后面的人一样多。他看到两个朋友都站在队列中他的后面，一个排在第 19 位，另一个排在第 28 位。问 Martin 在队列中排在第多少位？

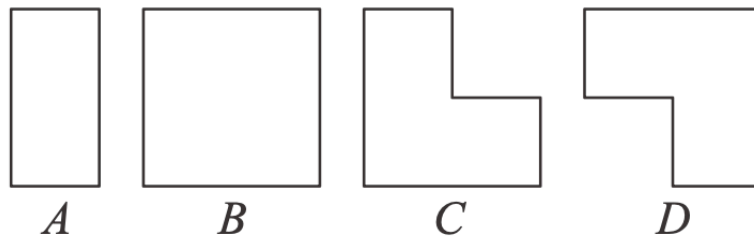
- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

「Proposed by Catalonia | 加泰羅尼亞供題 | 加泰羅尼亞供題」

19. There are four containers A , B , C and D of the same height with the upper end open as shown. On a rainy day, they are placed on the open ground to hold rain water. Let the time to fill the containers be t_A , t_B , t_C , and t_D . Which of the following choices is correct?

有四個容器 A , B , C , D ，它們的高度相同，上端開口。雨天時，它們被放在空地上盛雨水。設裝滿各個容器的所需時間分別為 t_A , t_B , t_C , t_D 。問以下哪個選項是正確的？

有四个容器 A , B , C , D ，它们的高度相同，上端开口。雨天时，它们被放在空地上盛雨水。设装满各个容器的所需时间分别为 t_A , t_B , t_C , t_D 。问以下哪个选项是正确的？



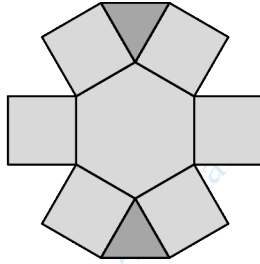
- (A) $t_B > t_D > t_C > t_A$ (B) $t_A > t_C > t_D > t_B$ (C) $t_C > t_A = t_B > t_D$
 (D) $t_C > t_B > t_A > t_D$ (E) $t_B > t_C > t_D > t_A$

「Proposed by China | 中國供題 | 中國供題」

20. Elizabeth wants to write the numbers 1 to 9 in the regions of the shape as shown so that the product of the numbers in any two adjacent regions is not more than 15. Here two regions are said to be adjacent if they have a common edge. In how many ways can she do this?

Elizabeth 想在所示圖形的各個區域中寫入從 1 到 9 的數，使得任意兩個相鄰區域中數的乘積不超過 15。這裡如果兩個區域有公共邊，則稱它們為相鄰的。問她有多少種不同的寫數方法？

Elizabeth 想在所示圖形的各個區域中寫入從 1 到 9 的數，使得任意兩個相鄰區域中數的乘積不超過 15。這裡如果兩個區域有公共邊，則稱它們為相鄰的。問她有多少種不同的寫數方法？



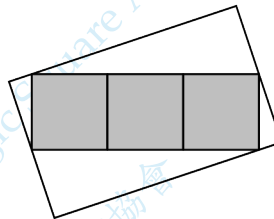
- (A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 24 (E) 32

「Proposed by Iran | 伊朗供題 | 伊朗供題」

21. The diagram shows a rectangle made from three grey squares, each of area 25 cm^2 , inside a larger white rectangle. Two of the vertices of the grey rectangle touch the mid-points of the shorter sides of the white rectangle and the other two vertices of the grey rectangle touch the other two sides of the white rectangle. What is the area, in cm^2 , of the white rectangle?

如圖所示，由三個灰色正方形組成的長方形位於較大的白色長方形內，每個灰色正方形的面積為 25 平方厘米。灰色長方形的兩個頂點位於白色長方形短邊的中點，灰色長方形的另外兩個頂點位於白色長方形的另外兩條邊。問白色長方形的面積是多少平方厘米？

如图所示，由三个灰色正方形组成的长方形位于较大的白色长方形内，每个灰色正方形的面积为 25 平方厘米。灰色长方形的两个顶点位于白色长方形短边的中点，灰色长方形的另外两个顶点位于白色长方形的另外两条边。问白色长方形的面积是多少平方厘米？



- (A) 125 (B) 136 (C) 149 (D) 150 (E) 172

「Proposed by Poland | 波蘭供題 | 波兰供題」

22. Jake wrote six consecutive numbers onto six white pieces of paper, one number on each piece. He stuck these bits of paper onto the top and bottom of three coins. Then he tossed these three coins three times. On the first toss, he saw the numbers 6, 7 and 8, as shown. On the second toss, the sum of the numbers he saw was 23, and on the third toss the sum was 17. What was the sum of the numbers on all the six white pieces of paper?

Jake 在六張白紙上寫了六個連續的數，每張紙上一個數。他將這些紙片分別貼在三枚硬幣的正面和背面。然後他將這三枚硬幣拋擲了三次。在第一次拋擲時，他看到的數是 6, 7, 8，如圖所示。第二次，他看到的數的總和是 23，第三次，總和則是 17。問六張白紙上所寫的各數之和是多少？

Jake 在六張白紙上寫了六個連續的數，每張紙上一個數。他將這些紙片分別貼在三枚硬幣的正面和背面。然後他將這三枚硬幣拋擲了三次。在第一次拋擲時，他看到的數是 6, 7, 8，如圖所示。第二次，他看到的數的總和是 23，第三次，總和則是 17。問六張白紙上所寫的各數之和是多少？



- (A) 39 (B) 40 (C) 44 (D) 45 (E) 51

「Proposed by Slovakia | 斯洛伐克供題 | 斯洛伐克供題」

23. In how many different ways can the word **BANANA** be read from the following table by moving from one cell to another cell with which it shares an edge? Cells may be visited more than once.

在下面的方格表中，按照從一個單元格到與它有公共邊的另一個單元格的方式移動，有多少種不同的方式可以讀出單詞 **BANANA**？單元格允許訪問多於一次。

在下面的方格表中，按照从一个单元格到与它有公共边的另一个单元格的方式移动，有多少种不同的方式可以读出单词 **BANANA**？单元格允许访问多于一次。

B	A	N
A	N	A
N	A	N

- (A) 14 (B) 28 (C) 56
(D) 84 (E) Some other value | 其他的數 | 其他的數

WeChat Public Account | 微信公眾號 | 「Proposed by Hungary | 匈牙利供題 | 匈牙利供題」

24. For positive integers n , $S(n)$ is defined to be the sum of all the digits of n . For example, $S(723) = 7 + 2 + 3 = 12$. What is the units digit of the sum $S(1) + S(2) + S(3) + \cdots + S(2022) + S(2023)$?

對於正整數 n ， $S(n)$ 被定義為 n 的各位數字之和。例如， $S(723) = 7 + 2 + 3 = 12$ 。問和式 $S(1) + S(2) + S(3) + \cdots + S(2022) + S(2023)$ 計算結果的個位數字是幾？

对于正整数 n ， $S(n)$ 被定义为 n 的各位数字之和。例如， $S(723) = 7 + 2 + 3 = 12$ 。问和式 $S(1) + S(2) + S(3) + \cdots + S(2022) + S(2023)$ 计算结果的个位数字是几？

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

「Proposed by Montenegro | 黑山供題 | 黑山供題」

25. A rugby team scored 24 points, 17 points and 25 points in the seventh, eighth and ninth games of the 2022 season. Their average points-per-game was higher after 9 games than it was after their first 6 games. Their average after 10 games was more than 22. What is the smallest number of points that they could have scored in their 10th game?

一支橄欖球隊在 2022 賽季的第七場、第八場、第九場比賽中分別得到 24 分、17 分、25 分。他們在 9 場比賽後的每場平均得分高於前 6 場比賽後的每場平均得分。他們在 10 場比賽後的平均得分多於 22 分。問他們在第 10 場比賽中最少可能得多少分？

一支橄榄球队在 2022 赛季的第七场、第八场、第九场比赛中分别得到 24 分、17 分、25 分。他们在 9 场比赛后的每场平均得分高于前 6 场比赛后的每场平均得分。他们在 10 场比赛后的平均得分多于 22 分。问他们在第 10 场比赛中至少可能得多少分？

- (A) 22 (B) 23 (C) 24 (D) 25 (E) 26

「Proposed by South Africa | 南非供題 | 南非供題」